

УДК 621.371.1

# Моделирование сверхширокополосного радиолокатора, использующего двухполосный метод компенсации ионосферных искажений<sup>1</sup>

А. К. Строев

Московский физико-технический институт (государственный университет).

E-mail: ak.stroev@gmail.com

**Аннотация.** Рассмотрена задача моделирования сверхширокополосной радиолокационной станции, предназначенной для наблюдения за космическими объектами. На построенной модели исследован двухполосный метод компенсации ионосферных искажений при наличии шума и доплеровского сдвига частоты

**Ключевые слова:** двухполосный метод, ионосфера, сверхширокополосная радиолокация.

## Simulation of ultrawideband radar using a two-band ionospheric distortion compensation method

A. K. Stroeve

Moscow Physics-Technical University, .

**Abstract.** The problem of modelling an ultrawideband radar for observation of space objects is studied. On the constructed model, a two-band method of ionospheric distortion compensation in the presence of noise and Doppler frequency shift is investigated.

**Keywords:** two-band method, ionosphere, ultrawideband radar.

**MSC 2010:** 00A71

### 1. Введение

Рассматривается задача обработки сверхширокополосного радиолокационного сигнала, отраженного от космического объекта. Как показано в [1], одним из основных эффектов, мешающих такой обработке, является дисперсия ионосферной плазмы. Данный эффект проявляется как дополнительный фазовый сдвиг, зависящий от частоты и полного электронного содержания (total electron content, ТЕС) вдоль пути распространения сигнала. Следовательно, при известном ТЕС можно создать фильтр, позволяющий компенсировать ионосферные искажения. Существует несколько способов оценки ТЕС. Одним из наиболее перспективных является двухполосный метод [2], не требующий использования сигналов специального

---

<sup>1</sup>Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ (№ НШ-6831.2016.8)

вида или большого количества фильтров, но позволяющий при этом компенсировать мелкомасштабные ионосферные неоднородности. В работе [2] данный метод исследован без учета доплеровского сдвига. В настоящей работе описывается моделирование обработки сигнала, отраженного от быстро движущегося космического объекта, с применением двухполосного метода.

## 2. Математическая модель радиолокационной обработки

Пусть излучаемый сверхширокополосный сигнал с несущей частотой  $\omega_0$  представлен в спектральном виде

$$s(t) = A_0 e^{-i\omega_0 t} \int s(\Omega) e^{-i\Omega t} d\Omega, \quad (2.1)$$

где  $A_0$  — амплитуда излучаемого сигнала,  $s(\Omega)$  — спектр огибающей сигнала. Принимаемый от точечного объекта сигнал тогда имеет вид

$$u(t) = A_1 e^{-i\omega_0(t - \frac{2R}{c})} \int s(\Omega) e^{-i\Omega(t - \frac{2R}{c})} e^{i2\varphi(\Omega)} d\Omega, \quad (2.2)$$

где  $A_1$  — амплитуда принимаемого сигнала,  $R$  — расстояние до наблюдаемого объекта,  $\varphi(\Omega)$  — дополнительная фазовая задержка, вызываемая ионосферой. Величина данной фазовой задержки дается формулой [3]

$$\varphi(\omega) = \frac{\omega}{c} L(\omega), \quad (2.3)$$

где  $L(\omega)$  — дополнительный фазовый путь, вызываемый ионосферой, который может быть вычислен по формуле

$$L(F) = -\frac{K}{F^2} \cdot \text{TEC}, \quad (2.4)$$

где  $F = \omega/2\pi$  — частота в МГц,  $\text{TEC} = \int_0^R N(\mathbf{l}\sigma) d\sigma$  — полная электронная концентрация в  $\text{м}^2$  (здесь  $N(\mathbf{r})$  — распределение электронной концентрации в пространстве,  $\mathbf{l}$  — единичный вектор вдоль направления распространения сигнала), и  $K = 40.3 \cdot 10^{-12} \text{ МГц}^2 \cdot \text{м}^3$ , так что результат измеряется в метрах. Как следует из (2.3) и (2.4), ионосферная фазовая поправка обратно пропорциональна частоте. Удобно представить ее в виде трех слагаемых следующим образом:

$$\varphi(\omega_0 + \Omega) = \frac{\omega_0}{c} L(\omega_0) - \frac{\Omega}{c} L(\omega_0) + \frac{\Omega^2}{\omega_0(\omega_0 + \Omega)} \frac{\omega_0}{c} L(\omega_0), \quad (2.5)$$

где первое слагаемое — несущественный при обработке постоянный фазовый сдвиг, второе определяет дополнительную групповую задержку, а третье вызывает искажение формы импульса и ухудшение отклика согласованного фильтра. Двухполосный метод определения TEC основан на измерении разности групповых задержек

сигнала на разных частотах. Для этого принимаемый сигнал обрабатывается при помощи двух полосовых фильтров с центральными частотами  $\omega_1$  и  $\omega_2$ . Временные задержки в каждом из этих фильтров будут равны:

$$\tau_1 = \frac{2R}{c} - \frac{2L(\omega_1)}{c} \quad (2.6)$$

$$\tau_2 = \frac{2R}{c} - \frac{2L(\omega_2)}{c} \quad (2.7)$$

Подставляя (2.4) в (2.6) – (2.7) и решая систему уравнений, получим следующее выражение для оценки ТЕС:

$$\text{ТЕС} = \frac{\tau_2 - \tau_1}{2K \cdot \left( \frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right)}. \quad (2.8)$$

### 3. Программное моделирование радолокационной системы

Для проверки предложенного алгоритма была создана программа, позволяющая моделировать распространение сигналов через ионосферу и их обработку. При этом в модели должен учитываться ряд эффектов: шум, дисперсионное расплывание импульса, доплеровский сдвиг, сложная форма отклика от объекта. Опишем сначала наиболее простую версию модели без всех перечисленных эффектов. Излучаемый сигнал определяется комплексной огибающей и несущей частотой. Программа позволяет анализировать сигналы различного вида, однако в данной работе мы ограничимся ЛЧМ сигналом, огибающая которого имеет вид

$$A(t) = \exp\left(\frac{i\pi\Delta Ft^2}{T}\right), \quad -\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2}, \quad (3.1)$$

где  $\Delta F$  — половина ширины полосы частот сигнала,  $T$  — длительность. Для моделирования сигнала необходимо перейти к дискретному виду огибающей  $A_n = A(t_n)$ , где  $t_n = -\frac{T}{2} + n \cdot \delta t$ . Спектр сигнала рассчитывается при помощи быстрого преобразования Фурье следующим образом:

$$A_k = \sum_{n=0}^{N-1} A_n \exp\left(i2\pi \frac{k \cdot n}{N}\right), \quad (3.2)$$

где  $N$  — число отсчетов сигнала,  $k$  — номер отсчета в спектральной области. Наблюдаемый объект определяется совокупностью основных центров рассеяния — блестящих точек. Каждая блестящая точка задается ее координатами относительно условного центра объекта и своей эффективной площадью рассеяния (ЭПР). Кроме того, существует возможность задать угол наблюдения объекта — изменение этого угла во времени позволяет получать двумерные изображения объекта. Относительное расстояние до  $m$ -й блестящей точки:

$$R_m = x_m \cos \varphi + y_m \sin \varphi. \quad (3.3)$$

Отклик от сложного объекта вычисляется в спектральном виде. Это, во-первых, позволяет легко моделировать задержку, не кратную шагу дискретизации по времени, а во-вторых, упрощает дальнейшее добавление ионосферной дисперсии. В дискретном виде огибающая принимаемого сигнала имеет вид:

$$u_k = \sum_m A_k \sigma_m \exp\left(-i \frac{4\pi F_k}{c} R_m\right), \quad (3.4)$$

где  $\sigma_m$  — ЭПР  $m$ -й блестящей точки,  $F_k = F_0 + k \delta F$  — частота соответствующей спектральной компоненты,  $F_0$  — частота несущей. Полученный сигнал обрабатывается при помощи согласованного фильтра со спектральной характеристикой:

$$H_k = A_k^*, \quad (3.5)$$

где звездочкой обозначено комплексное сопряжение. Отклик фильтра в спектральном виде:

$$V_k = \sum_m |A_k|^2 \sigma_m \exp\left(-i \frac{4\pi F_k}{c} R_m\right). \quad (3.6)$$

После преобразования Фурье во временную область получаем:

$$V_n = \sum_k \sum_m |A_k|^2 \sigma_m \exp\left(-i \frac{4\pi F_k}{c} R_m + i 2\pi \frac{n \cdot k}{N}\right). \quad (3.7)$$

Учитывая, что по свойствам дискретного преобразования Фурье  $\frac{1}{N} = \delta t \delta F$ , данную формулу можно представить в виде:

$$V_n = \sum_k \sum_m |A_k|^2 \sigma_m \exp\left(-i \frac{4\pi F_0}{c} R_m + i 2\pi k \delta F \left(n \delta t - \frac{2R_m}{c}\right)\right). \quad (3.8)$$

Если рассматривать отклик от отдельной блестящей точки, то видно, что модуль отклика фильтра будет максимален при  $n \delta t \approx \frac{2R_m}{c}$ , что и обеспечивает построение дальностного портрета наблюдаемого объекта (см. Рис. 1 в «Примерах»). Если же объект содержит несколько плохо разрешаемых блестящих точек, то форма отклика может оказаться сложной из-за их интерференции (Рис. 2).

Перейдем теперь к моделированию алгоритма оценки ТЕС двухполосным методом. Для начала дополним модель влиянием ионосферы. Принимаемый сигнал тогда будет описываться следующим образом:

$$u'_k = u_k \exp(i 2\varphi_k), \quad (3.9)$$

где  $\varphi_k$  описывает дополнительный фазовый сдвиг и находится в соответствии с (2.3) и (2.4):

$$\varphi_k = \frac{2\pi K \cdot \text{ТЕС}}{c \cdot F_k}. \quad (3.10)$$

Пример отклика обычного согласованного фильтра на сигнал, искаженный ионосферой, приведен на Рис. 3. В исследуемом алгоритме оценки ТЕС сигнал обрабатывается двумя узкополосными фильтрами со следующими спектральными характеристиками:

$$H_{1k} = \begin{cases} A_k^*, & F_k \leq F_{b1} \\ 0, & F_k > F_{b1} \end{cases}, \quad (3.11)$$

$$H_{2k} = \begin{cases} 0, & F_k < F_{b2} \\ A_k^*, & F_k \geq F_{b2} \end{cases}, \quad (3.12)$$

где  $F_{b1}$  и  $F_{b2}$  — соответственно нижняя и верхняя граничные частоты. Формулы обработки сигнала при помощи данных фильтров аналогичны формулам (3.6)—(3.8). Обозначим отклики фильтров  $V_{1n}$  и  $V_{2n}$ . Мы ожидаем, что отклики отличаются сдвигом на некоторую величину, зависящую от ТЕС:

$$V_{2n} = V_{1(n+\theta)}. \quad (3.13)$$

Для нахождения сдвига используется корреляционный метод [5]

$$\hat{\theta} = \arg \max \left( \sum_n V_{1n} V_{2(n-l)} \right) \quad (3.14)$$

Корреляция вычисляется с использованием свойств преобразования Фурье:

$$\sum_n V_{1n} V_{2(n-l)} = \text{IFFT} [\text{FFT} [V_1] \cdot (\text{FFT} [V_2])^*], \quad (3.15)$$

где FFT — прямое, а IFFT — обратное преобразование Фурье. Поскольку положение максимума не обязано быть целым числом дискретов, для его нахождения используется представление функции корреляции в виде ряда Котельникова. Оценку задержки получим по формуле:

$$\hat{\tau} = \hat{\theta} \cdot \delta t. \quad (3.16)$$

Подставив (3.16) в (2.8), получим окончательное выражение для оценки ТЕС:

$$\text{ТЕС} = \frac{\hat{\tau}}{2K \cdot \left( \frac{1}{\omega_1^2} - \frac{1}{\omega_2^2} \right)}. \quad (3.17)$$

Примеры отклика высокочастотного и низкочастотного фильтров и корреляционной функции приведены на Рис. 7–8.

#### 4. Учет шума

Всевозможные шумы аппаратуры и внешние помехи моделируются в программе аддитивным белым гауссовым шумом. Принимаемый сигнал с учетом шума равен:

$$\tilde{u}_k = u_k + \xi_k, \quad (4.1)$$

где  $u_k$  — принимаемый сигнал без учета шума,  $\xi_k$  — последовательность некоррелированных гауссовых случайных величин с нулевым средним и дисперсией, задаваемой отношением сигнал-шум. Рассмотрим, как вычислить эту дисперсию. По определению, отношение сигнал-шум равно:

$$\text{SNR} = \frac{E}{N_0}, \quad (4.2)$$

где  $E$  — энергия сигнала,  $N_0$  — спектральная мощность шума. Корреляционная функция белого шума:

$$\langle \xi(t) \xi(t') \rangle = N_0 \delta(t - t'). \quad (4.3)$$

Видно, что использовать в модели непосредственно входной белый шум мы не можем, так как его дисперсия бесконечна. Дискретная случайная последовательность  $\xi_k$  получается путем усреднения входного белого шума на интервале дискретизации:

$$\xi_k = \frac{1}{\delta t} \int_{-\frac{\delta t}{2}}^{\frac{\delta t}{2}} \xi(t) dt. \quad (4.4)$$

Из (4.3) и (4.4) найдем искомую дисперсию:

$$\langle \xi_k^2 \rangle = \frac{1}{\delta t^2} \int_{-\frac{\delta t}{2}}^{\frac{\delta t}{2}} \int_{-\frac{\delta t}{2}}^{\frac{\delta t}{2}} \langle \xi(t) \xi(t') \rangle dt dt' = \frac{N_0}{\delta t} \quad (4.5)$$

Как видно, при заданном отношении сигнал-шум дисперсия шума обратно пропорциональна интервалу дискретизации. Данный результат важно учитывать при моделировании. Для программной генерации гауссовых величин с заданной дисперсией необходимо применить один из известных алгоритмов. В описываемой программе используется алгоритм Марсальи-Брея [4]. Пример отклика фильтра на зашумленный сигнал приведен на Рис. 4

#### 5. Учет доплеровского сдвига

При наблюдении за быстро движущимися космическими объектами необходимо также учитывать доплеровский сдвиг частоты. Поскольку ускорением свободно движущихся объектов на коротком временном промежутке длительности сигнала,

как правило, можно пренебречь, представим зависимость расстояния до объекта от времени в линейном виде:

$$R = R_0 + vt, \quad (5.1)$$

где  $R_0$  — расстояние до объекта в нулевой момент времени,  $v$  — радиальная скорость объекта. Подставив (5.1) в (2.2), получим:

$$u(t) = A_1 e^{-i\omega_0(t - \frac{2R}{c} - \frac{2vt}{c})} \int s(\Omega) e^{-i\Omega(t - \frac{2R}{c} - \frac{2vt}{c})} e^{i2\varphi(\Omega)} d\Omega. \quad (5.2)$$

Проведем теперь замену переменных  $\Omega' = \gamma\Omega$ , где  $\gamma = 1 - \frac{2v}{c}$ . Тогда (5.2) примет вид:

$$u(t) = A_1 e^{-i\gamma\omega_0 t} \int s\left(\frac{\Omega'}{\gamma}\right) e^{-i\Omega'(t - \frac{2R}{\gamma c})} e^{i2\varphi(\frac{\Omega'}{\gamma})} d\Omega' \quad (5.3)$$

Как видно из (5.3), произошел сдвиг частоты — несущая переместилась на частоту  $\gamma\omega_0$ , а огибающая принятого сигнала на частоте  $\Omega'$  оказалась пропорциональной огибающей излученного на частоте  $\frac{\Omega'}{\gamma}$ . Эти два эффекта необходимо учесть в моделировании. Искажение формы огибающей описывается формулой:

$$u_k' = U\left(\frac{F_k}{\gamma}\right), \quad (5.4)$$

где  $U(f)$  — непрерывный спектр огибающей, соответствующий дискретному спектру огибающей  $u_k = U(F_k)$ . Значения непрерывного спектра в интересующих нас точках найдем по формуле ряда Котельникова:

$$U(f) = \sum_k \frac{u_k \sin \pi \left(\frac{f - F_0}{\delta F} - k\right)}{\pi \left(\frac{f - F_0}{\delta F} - k\right)}. \quad (5.5)$$

Отметим, что другие аппроксимационные формулы (например, линейная аппроксимация) не являются применимыми, так как спектр широкополосного сигнала не является достаточно плавно изменяющейся функцией. Формулу же ряда Котельникова можно применять, так как длительность сигнала ограничена, следовательно, его спектр можно считать функцией с финитным «спектром».

Другим эффектом, вызываемым доплеровским сдвигом, является несовпадение несущей частоты принимаемого сигнала и несущей частоты фильтра. Пусть принимаемый сигнал описывается формулой (2.2). Выделим в нем другую несущую частоту  $\omega_0' \neq \omega_0$ :

$$u(t) = A_1 e^{-i\omega_0' t} e^{-i\Delta\omega t} \int s(\Omega) e^{-i\Omega(t - \frac{2R}{c})} e^{i2\varphi(\Omega)} d\Omega, \quad (5.6)$$

где  $\Delta\omega = \omega_0 - \omega_0'$ . Множитель  $e^{-i\Delta\omega t}$  необходимо внести под знак интеграла и провести замену переменных  $\Omega' = \Omega + \Delta\omega$ . В результате получим, что спектр огибающей принимаемого сигнала на другой частоте имеет вид:

$$u'(\Omega') = u(\Omega' - \Delta\omega). \quad (5.7)$$

Вычисление значения спектра на заданной частоте, как и раньше, производится при помощи ряда Котельникова. Следует отметить, что несовпадение несущей частоты сигнала и опорной частоты обрабатывающего фильтра может вызываться не только доплеровским сдвигом, но и, например, неидеальностью аппаратуры. Пример отклика фильтра, не согласованного по доплеровской частоте, приведен на Рис. 5.

## 6. Примеры работы модели

Примеры отклика системы обработки в различных условиях приведены на Рис. 1–6.

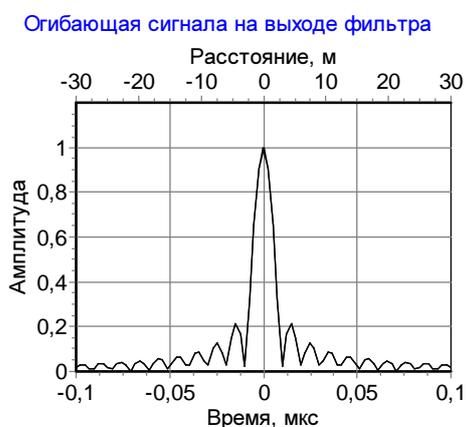


Рис. 1. Идеальный отклик.

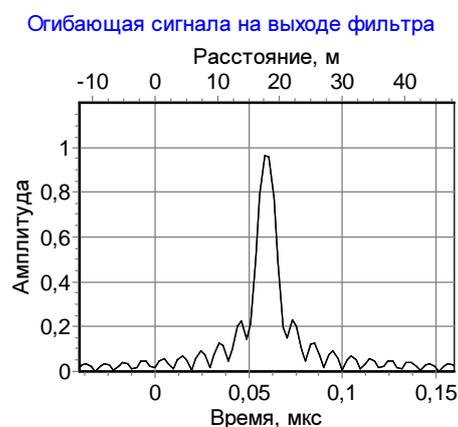


Рис. 3. Ионосферные искажения  $TEC = 50$  TECU.

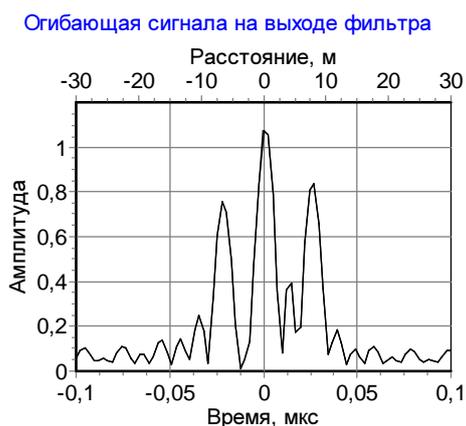


Рис. 2. Отклик от объекта сложной формы (три блестящие точки, разнесенные на 3-4 метра).

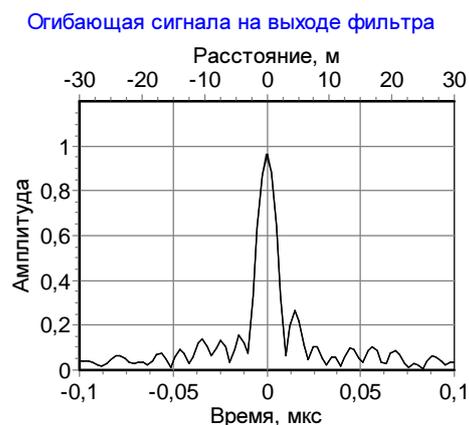


Рис. 4. Сигнал с шумом.

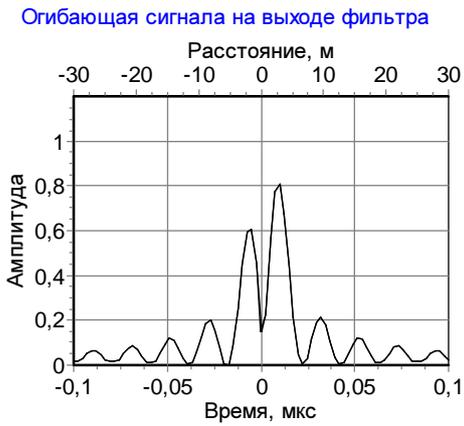


Рис. 5. Неучтенный доплеровский сдвиг с радиальной скоростью 2 км/с.

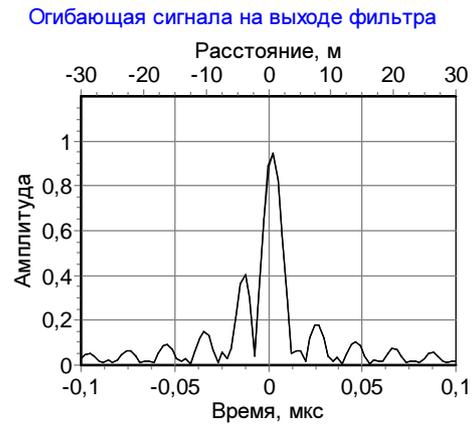


Рис. 6. Доплеровский сдвиг с учетом только сдвига несущей.

Графики, демонстрирующие оценку ТЕС двухполосным методом, показаны на Рис. 7–8.

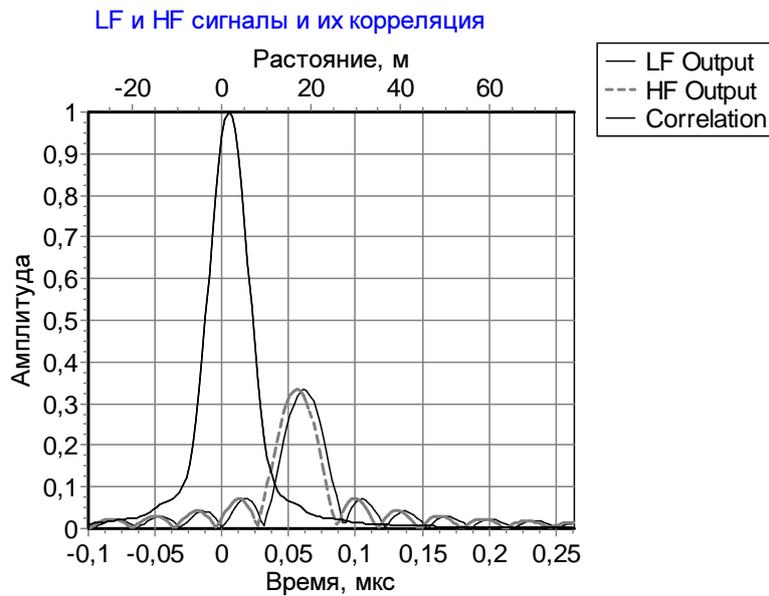


Рис. 7. Оценка ТЕС в идеальном случае.

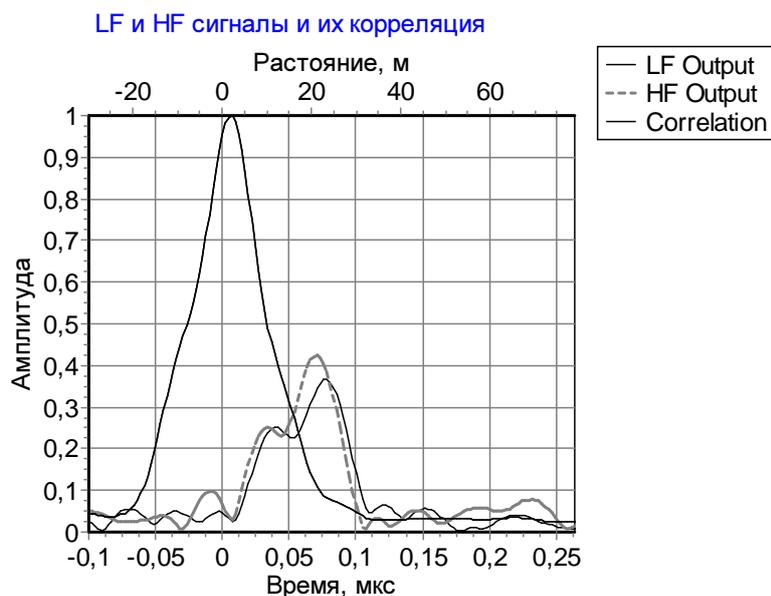


Рис. 8. Оценка ТЕС при сложной форме отклика, наличии шума и неучтенного доплеровского сдвига.

Моделирование проводилось со следующими характеристиками:

- длительность импульса 5 мкс,
- принимаемая длительность сигнала 10 мкс,
- частота 1500 МГц,
- полоса 100 МГц,
- дисперсия 50 TECU ( $1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ м}^{-2}$ ),
- отношение сигнал-шум -1 дБ,
- радиальная скорость 2 км/с.

## 7. Выводы

Созданная программа позволяет моделировать различные сценарии радиолокационного наблюдения, что годится, в частности, для изучения работоспособности двухполосного метода оценки ТЕС. Примеры работы программы приведены на рисунках. Выделены некоторые нюансы подобного моделирования, такие, как необходимость учета зависимости дисперсии дискретного шума от частоты дискретизации и необходимость использования формулы ряда Котельникова для аппроксимации спектра.

## Список цитируемых источников

1. *Виноградов А. Г., Лучин А. А., Теохаров А. Н.* Обработка сверхширокополосных сигналов и формирования радиолокационных изображений в РЛС дальнего обнаружения L-диапазона. // *Наукоемкие технологии.* — 2013. — Т. 14, №9. — С. 32–36.  
Vinogradov A. G., Luchin A. A., Teokharov, A. N. Problems of Processing Very Broadband Signals and Constructing Radar Images in Long-Range Radars of L-Range. *Naukoemkie tekhnologii (Science Intensive Technologies)* 14:9, 32–36 (2013). (in Russian)
2. *Аджемов С. С., Виноградов А. Г., Лобов Е. М., Теохаров А. Н.* Прямая оценка полного электронного содержания ионосферы (ТЕС) путем специальной обработки широкополосного радиолокационного сигнала // Сборник трудов научно-технической конференции «Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов в инфокоммуникациях» «СИНХРОИНФО 2015». — С-Петербург, 2015. — С. 167–169.  
Adjemov S. S., Vinogradov A. G. Lobov E. M., Teokharov A. N. Direct Evaluation of the Total Electron Content (TEC) of Ionosphere by Wideband Radar Signal Special Processing. In Proceedings of the Scientific Conference «SYNCHROINFO 2015», St-Petersburg, 2015, pp. 167–169. (in Russian)
3. *Кравцов Ю. А., Фейзулин З. И., Виноградов А. Г.* Прохождение радиоволн через атмосферу Земли. — М.: Радио и связь, 1983. — 224 с.  
Kravtsov, Yu. A., Feizulin, Z. I., Vinogradov, A. G. Passage of radio waves through the Earth's atmosphere. Moscow: Radio i Svyaz', 1983.
4. *Marsaglia, George, and Thomas A. Bray.* A convenient method for generating normal variables. // *SIAM Review.* — 1964. — Vol.6, No.3. — P. 260-264.
5. *Виноградов А. Г., Теохаров А. Н.* Применение двухполосного метода оценки полного электронного содержания ионосферы (ТЕС) по отраженному от сложного объекта широкополосному сигналу. // *Динамические системы.* — 2016. — Т.6(34), №4. — С. 369-379.  
Vinogradov, A. G., Teokharov, A. N. Two-band Method of Estimating Complete Electron Content of the Ionosphere Applied to Wideband Signal Reflected from a Complex Object. *Dinamicheskie Sistemy* 6(34), No.4, 369-379 (2016). (in Russian)

Получена 06.08.2016