Динамические системы, 2016, том 6(34), №1, 81–89

УДК 519.713.5+519.713.6

Модель поведения стохастических ε-автоматов в задаче автономного выбора рабочих частот

А. А. Короткин

Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова,
Ярославль 150003. *E-mail: alakor@yandex.ru*

Аннотация. Автономный выбор рабочих частот в заданной сетке радиоканалов для группы радиоэлектронных средств (РЭС) рассматривается как поведение некоторой локально организованной интеллектуальной (многоагентной) системы. Агентами системы являются стохастические автоматы с простейшей тактикой поведения — т.н. ε-автоматы. Агенты, выбирая частоты, определяют взаимные помехи, возникающие на входе приемников РЭС, передатчики которых работают на совпадающих частотах. Агенты взаимодействуют через среду, т. е. каждый автомат получает на вход лишь некоторый суммарный результат своих действий и действий партнеров. Приводятся результаты компьютерного моделирования динамики рассматриваемой системы, показывающие способность системы ε-автоматов к достижению стационарного состояния, обладающего свойством целесообразности.

Ключевые слова: теория игр, назначение рабочих частот, коллективное поведение автоматов, когнитивное радио

A stochastic behavior model of ε-automata in the problem of autonomous frequency assignment

A. A. Korotkin

P.G. Demidov Yaroslavl State University, Yaroslavl 150003.

Abstract. The autonomous frequency assignment problem for a group of transmitters is considered as the behavior of some multiagent system. The agents of this system are stochastic automata with simple tactics of behavior — so-called ε-automata. Agents determine mutual interference at the input of the receivers, which transmitters operate on matching or close frequencies. Agents interact only through an environment, i.est each automaton receives only some net result of their actions and those of partners. The computer simulation show the ability of the ε-automata system to achieve as $\varepsilon \to 0$ the stationary state that has the property of feasibility.

Keywords: game theory, frequency assignment, collective behavior of automata, cognitive radio.

MSC 2010: 91A80

1. Введение

В последнее время интенсивно разрабатывается новый подход к проблеме выбора рабочих частот (радиоканалов) для обеспечения совместимости в коллективах РЭС, основанный на следующей идее автономного управления. Каждое РЭС условно наделяется способностью к адаптивному выбору рабочей частоты, т. е. ассоциируется с некоторым активным агентом, осуществляющим этот выбор в пределах заданной сетки радиоканалов, а сам процесс определения частотных назначений рассматривается как коллективное поведение взаимодействующих агентов. Такой подход получил название технодогии *когнитивного радио* [7, 9].

В определенном смысле адекватной математической моделью такого рода процессов является бескоалиционная игра $n > 2$ агентов (игроков) с непротивоположными интересами. Основная задача, решаемая в рамках такого подхода — это нормативный анализ игры, т. е. определение условий, при которых существует распределение частот, обладающее свойством устойчивости, под которым обычно понимают равновесие по Нэшу [4].

Теоретические работы в этом направлении несомненно полезны, однако при этом за скобками остается главный вопрос — какой стратегии поведения должен придерживаться каждый агент, чтобы за конечное время вся система пришла в глобально устойчивое состояние. Сложность этой задачи определяется спецификой описываемой ситуации, заключающейся в отсутствии у агента какой-либо информации о количестве остальных агентов, их характеристиках, целевых функциях и выбираемых ими стратегиях поведения во времени. Единственная информация, доступная агенту — это уровень помехи на входе приемника РЭС, ассоциированного с агентом.

В данной работе для решения задачи автономного выбора рабочих частот предлагается модель многоагентной системы, в которой каждый агент реализован как стохастический автомат, внутреннее состояние которого может изменяться в дискретные моменты времени $t = 0, 1, \ldots$ под влиянием получаемых им эффектов, связанных с действиями других агентов-автоматов. В качестве такого автомата предлагается использовать т.н. ε-автомат [5]. Будет показано, что несмотря на примитивную локальную тактику выбора частоты отдельным агентом, в целом многоагентная система при $\varepsilon \to 0$ демонстрирует целесообразное (в указанном ниже смысле) поведение, заканчивающееся через конечное число шагов в стационарном состоянии. Отметим, что математическим моделям, связанных с коллективным поведением агентов (автоматов) посвящено много работ, среди которых можно отметить работы [1, 2] и особенно упомянутую выше монографию [5].

2. Анализ игровой модели выбора радиоканалов

Пусть имеется группа n РЭС, каждое из которых представляет собой пару «приемник-передатчик». Для данной группы выделена сетка радиоканалов $F = \{f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \ldots, f_K^{(0)}\}$, $f_{k+1}^{(0)} = f_k^{(0)} + \Delta_k$, $k = 1, \ldots, K-1$. При каждое РЭС может использовать не более одного канала связи. РЭС, использующие общий радиоканал, создают друг другу взаимные помехи. Далее будем рассматривать следующую простейшую модель взаимного влияния РЭС.

Пусть ν_{ij} — мощность помехи, создаваемая передатчиком i-го РЭС на входе приемника j-го РЭС при использовании ими одного и того же радиоканала

$f_k^{(0)} \in F$, при этом величина ν_{ij} не зависит от номера k радиоканала. При работе на разных каналах взаимные помехи в дуэльной ситуации i-е РЭС $\rightleftharpoons$ j-е РЭС отсутствуют, т. е. $\nu_{ij} = \nu_{ji} = 0$.

Всюду далее будем предполагать аддитивность помех в следующем смысле: если j-е РЭС и РЭС с номерами $i \in K \subset N$ работают на одном и том же радиоканале, то результирующая помеха на приемнике j-го РЭС определяется величиной $\mathcal{N}_j = \sum_{i\in K} \nu_{ij}$.

Пусть $f_j \in F$ означает радиоканал, на котором работает j-е РЭС. Далее, для удобства, введем функцию $\delta(a, b)$, равную 1, если $a = b$, и 0, если $a \neq b$. Тогда результирующую помеху для приемника j-uго РЭС можно записать как

$$\mathcal{N}_j(f_1, \dots, f_j, \dots, f_n) = \sum_{i=1}^{n} \nu_{ij}\delta(f_i, f_j). \tag{1}$$

Величина $\mathcal{N}_j$ определяет «потери» j-го РЭС — чем больше $\mathcal{N}_j$, тем ниже качество передачи информации в паре приемник-передатчик j-го РЭС. Матрицу взаимных помех в дуэльных ситуациях будем обозначать как $\mathcal{N} = (\nu_{ij})\,,\ i, j = 1, \dots, n$, при этом естественно $\nu_{ii} = 0$ для всех $i = 1, 2, \dots, n$.

Рассмотрим децентрализованный выбор радиоканалов в совокупности как бескоалиционную игру. Пусть $I = \{1, 2, \dots, n\}$ — множество участников игры или агентов. В нашем случае агенты ассоциируются с РЭС. Агент j имеет в своем распоряжении стратегии $f_j \in F$. Стратегии, входящие в F, принято называть чистыми стратегиями. Каждый из агентов выбирает чистую стратегию, не зная выборов партнеров. В результате в игре возникает набор стратегий $f = (f_1, \dots, f_j, \dots, f_n)$, называемый ситуацией или профилем игры.

Введем следующие обозначения: для агента j через f_{-j} будем обозначать набор стратегий агентов из $I \setminus \{j\}$, далее (f'_j, f_{-j}) обозначает ситуацию $(f_1, \dots, f_{j-1}, f'_j, f_{j+1}, \dots, f_n)$. (Заметим, что в этих обозначениях $f = (f_j, f_{-j})$).

У каждого агента j имеется, определенная на множестве ситуаций $F \times F \times \ldots \times F = F^n$ функция потерь $\mathcal{N}_j(f)$, которую агент стремится, по возможности, минимизировать. Функции потерь $\mathcal{N}_j(x)$ в рассматриваемой задаче определены соотношением (1). Предполагается, что агенты не образуют коалиций, направленных против других агентов.

Нормативная теория бескоалиционных игр предписывает каждому агентам выбирать свои стратегии так, что получаемая ситуация образует ситуацию равновесия по Нэшу [3]. Формально ситуация $f^* = (f_1^*, \dots, f_n^*)$ является равновесной по Нэшу, если выполняется система неравенств

$$\mathcal{N}_j\left(f^*\right) \le \mathcal{N}_j\left(f_j, f_{-j}^*\right) \quad \forall\ f_j \in F_j,\ \forall j \in I. \tag{2}$$

Согласно этому определению, равновесие Нэша — это стабильная ситуация в том смысле, что у любого j-го агента отсутствует стимул к отклонению от f_j^*, учитывая, что все остальные агенты продолжают следовать равновесной политике.

Рассмотрим случай, когда матрица $\mathcal{N} = (\nu_{ij})$ попарных взаимных влияний является симметричной: $\nu_{ij} = \nu_{ji} \quad \forall i, j \in I$. Покажем, что в этом случае в игре существует ситуация равновесия по Нэшу в чистых стратегиях. Для этого достаточно показать, что рассматриваемая игра относится к классу т.н. *потенциальных* игр. По определению бескоалиционная игра называется потенциальной, если для нее существует функция $\Phi(f)$ такая, что для любого игрока j и любой ситуации f

$$\mathcal{N}_j(f'_j, f_{-j}) - \mathcal{N}_j(f''_j, f_{-j}) = \Phi(f'_j, f_{-j}) - \Phi(f''_j, f_{-j}).$$

Справедливо утверждение: потенциальная игра всегда имеет по крайней мере одну ситуацию равновесия в чистых стратегиях [8].

Для рассматриваемой игры $\mathfrak{G}$ определим $\Phi(f)$ следующим образом

$$\Phi(f) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \mathcal{N}_j(f) = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} \nu_{ij}\delta(f_i, f_j).$$

Тогда в разности $\Delta = \Phi(f'_j, f_{-j}) - \Phi(f''_j, f_{-j})$ слагаемые, не содержащие индекс j, взаимно уничтожаются

$$\Delta = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \nu_{ij}\delta(f_i, f'_j) + \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \nu_{ji}\delta(f'_j, f_i) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \nu_{ij}\delta(f_i, f''_j) - \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{n} \nu_{ji}\delta(f''_j, f_i).$$

В силу симметричности матрицы $\mathcal{N}$ и функций $\delta(.,.)$ первые две суммы совпадают, так же как и третья с четвертой. Тогда разность $\Phi(f'_j, f_{-j}) - \Phi(f''_j, f_{-j})$ будет равна разности функции потерь $\mathcal{N}_j(f'_j, f_{-j}) - \mathcal{N}_j(f''_j, f_{-j})$. Следовательно, игра $\mathfrak{G}$ потенциальная и у нее существует по крайней мере одна ситуация равновесия в чистых стратегиях.

Заметим что условие симметричности матрицы $\mathcal{N}$ довольно редко выполняется на практике. При отсутствия симметрии взаимного влияния ситуации равновесия Нэша в чистых стратегиях, могут не существовать. Так, например, нетрудно проверить, что для игры с $n = 3$, $F = \{f_1, f_2\}$ и матрицей $\mathcal{N}$, элементы которой удовлетворяют неравенствам

$$\nu_{21} > \nu_{31}, \ \nu_{13} > \nu_{23}, \ \nu_{32} > \nu_{12},$$

нет ни одной ситуации равновесия в чистых стратегиях.

В общем случае отсутствия в рассматриваемой игре равновесия Нэша в чистых стратегиях можно определить смешанные стратегии, когда каждый агент выбирает свою чистую стратегию случайным образом в соответствии с некоторым распределением вероятностей $\pi_j = (\pi_{j1}, \pi_{j2}, \ldots, \pi_{jK})$, где π_{jk} — вероятность выбора j-м агентом k-го радиоканала $f_k^{(0)}$. В этом случае результирующие потери агента j оценивается математическим ожиданием суммарного уровня помех на входе приемника

$$\overline{\mathcal{N}}_j(\pi_1, \ldots, \pi_n) = \sum_{i=1}^{n} \nu_{ij} \sum_{k=1}^{K} \pi_{ik}\pi_{jk}. \tag{3}$$

Основная теорема бескоалиционных игр n агентов утверждает, что для игр с конечным множеством чистых стратегий всегда существует равновесие Нэша в смешанных стратегиях $\pi* = (\pi_1^*, \ldots, \pi_n^*)$. Для рассматриваемой игры можно показать, что при равновероятном выборе агентами своих чистых стратегий $\pi_j^* = (1/K, \ldots, 1/K)$ $(j = 1, \ldots, n)$ образуется равновесие Нэша, причем ситуация $\pi^* = (\pi_1^*, \ldots, \pi_n^*)$ — единственное равновесие среди всех вполне смешанных ситуаций, т. е ситуаций, в которых $\pi_{jk} > 0$ для всех $j = 1, \ldots, n$ и $k = 1, \ldots, K$. Очевидно, что в ситуации равновесия π^* математическое ожидание потерь игрока j $(j = 1, \ldots, n)$ равно

$$\overline{\mathcal{N}}_j(\pi_1^*, \ldots, \pi_n^*) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^{n} \nu_{ij}. \tag{4}$$

3. Выбор частот коллективом ε-автоматов

Будем рассматривать многоагентную систему $\mathcal{S}$, в которой каждый агент, ассоциированный с конкретным РЭС, в последовательные моменты времени $t = 0, 1, 2, \ldots$ выбирает рабочую частоту из заданной сетки F радиоканалов. В качестве агента рассмотрим ε-автомат [5], имеющий K возможных действий $f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \ldots, f_K^{(0)}$. По определению ε-автомат хранит в памяти уровни помех за действия, выбранные в последовательные моменты времени $t-1$ и t. Пусть эти действия — суть $f(t-1) \in F$ и $f(t) \in F$ и соответствующие им уровни помех – $\mathcal{N}(t-1)$ и $\mathcal{N}(t)$. С вероятностью $1-\varepsilon$, $0 < \varepsilon < 1$, автомат в момент $t+1$ совершает то из действий $f(t-1)$ и $f(t)$, уровень помех при котором был меньше (если же $\mathcal{N}(t-1) = \mathcal{N}(t)$, то с вероятностью $1-\varepsilon$ автомат совершает действие $f(t)$), а с вероятностью ε — любое из K возможных действий. Будем обозначать автомат подобного вида как $\mathcal{A}_2(\varepsilon)$, где нижний индекс соответствует размеру памяти автомата.

Таким образом, рассматриваемая многоагентная система представляет собой коллектив агентов, однородных по своему составу (все автоматы коллектива одинаковые по конструкции) и состоящих из автоматов, которые взаимодействуют только через среду, т. е. каждый автомат получает на вход лишь некоторый суммарный результат своих действий и действий партнеров.

Динамику поведения $\mathcal{S}$ можно характеризовать функцией $\mathcal{N}_{avg}(t)$, равной среднему (по ансамблю автоматов) уровню помех на шаге t

$$\mathcal{N}_{avg}(t) = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^{n} \mathcal{N}_j(t). \tag{5}$$

Будем называть систему $\mathcal{S}$ стационарной в среднем, если начиная с некоторого момента средний уровень помех в системе перестает меняться, т. е. существуют $t_0 > 1$ и $\mathcal{N}_0 \geq 0$ такие, что $\mathcal{N}_{avg}(t) = \mathcal{N}_0$ при $t \geq t_0$. При фиксированном значении параметра ε система, вообще говоря, не является стационарной в среднем. На рис.

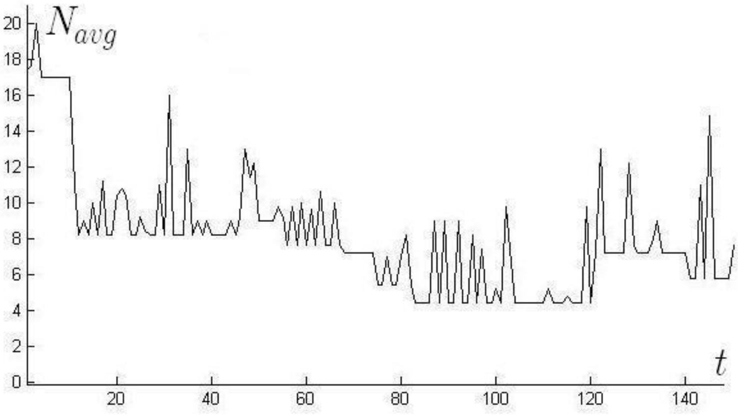

Рис. 1. Поведение системы при $\varepsilon = 0.25$

.

1 приведен типичный график изменения $\mathcal{N}_{avg}(t)$, иллюстрирующий это утверждение. Для обеспечения стационарности системы рассмотрим в качестве агента т.н. 0-автомат $\mathcal{A}_2(0)$, являющийся предельным вариантом ε-автомата $\mathcal{A}_2(\varepsilon)$ при $\varepsilon \to 0$. $\mathcal{A}_2(0)$ является детерминированным автоматом, который на шаге $t+1$ выбирает одно из двух действий $f(t-1)$ и $f(t)$ по правилу

$$f(t+1) = \begin{cases} f(t-1), & \text{если } \mathcal{N}(t-1) < \mathcal{N}(t) \ , \\ f(t), & \text{если } \mathcal{N}(t-1) \geq \mathcal{N}(t). \end{cases}$$

Очевидно, что диапазон возможных действий автомата $\mathcal{A}_2(0)$ по сравнению с $\mathcal{A}_2(\varepsilon)$ при $\varepsilon > 0$, значительно уже. Однако система из $\mathcal{A}_2(0)$ обладет важным свойством, которое устанавливается следующим утвеждением ([5, с. 56, Лемма 2.1])

В произвольной игре 0-автоматов из любого начального состояния коллектив из n 0-автоматов не более чем за $n+1$ шаг обязательно перейдет в некоторое стационарное состояние, в котором он будет находиться неограниченно долго.

Свойство стационарности системы, состоящей из взамодействующих через среду агентов типа $\mathcal{A}_2(0)$, позволяет построить следующую схему ее функционирования. Пусть $\varepsilon(t)$ — неотрицательная монотонно невозрастающая на последовательности $t = 0, 1, 2, \ldots$ функция такая, что $\varepsilon(0) = \varepsilon(1) = 1 < \varepsilon(2) < \varepsilon(3) < \ldots$, причем $\lim_{t\to\infty} \varepsilon(t) = 0$.

Начиная с момента $t = 0$, агенты системы будут действовать как автоматы $\mathcal{A}_2(\varepsilon(t))$. Очевидно, что на первых двух шагах $t = 0$ и $t = 1$ агенты определяют свои действия случаным образом — равновероятно выбирают значения рабочих частот из сетки $F = \{f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, \ldots f_K^{(0)}\}$, после чего определяют соответствующие значения уровни помех $\mathcal{N}(0)$ и $\mathcal{N}(1)$ на входе соответствующих приемников и заносят их в память. Далее с течением времени агенты по своему действию все больше приближаются к автоматам $\mathcal{A}_2(0)$, а результат их работы — к стационарному состоянию системы.

Стационарность в среднем рассматриваемой многоагентной системы $\mathcal{S}$ является необходимым условием ее пригодности для решения задачи автономного выбора рабочих частот, но отнюдь не достаточным. Определим «качество» стационарного решения следующим образом. Как было сказано выше, агенты могут использовать в игре оптимальные смешанные стратегиии π_j^*, реализуя равновероятный случайный выбор частот в пределах заданной сетки радиоканалов. Здесь оптимальность понимается в том смысле, что образуемая при таком выборе ситуация $\pi^* = (\pi_1^*, \ldots, \pi_n^*)$ является равновесием Нэша в смешанных стратегиях. Средние потери $\overline{\mathcal{N}}_j\,(\pi^*)$ каждого каждого агента при этом определяются равенством (4). Средние потери агентов всей системы $\mathcal{S}$ будут равны величине

$$\overline{\mathcal{N}}_{\mathcal{S}} = \frac{1}{nK}\sum_{j=1}^{n}\sum_{i=1}^{n}\nu_{ij}.$$

Будем называть поведение многоагентной системы $\mathcal{S}$ *целесообразным*, если $\mathcal{N}_{avg}(t) \le \overline{\mathcal{N}}_{\mathcal{S}}$, начиная с момента установки в $\mathcal{S}$ стационарного в среднем режима. Целесообразность поведения означает, что агенты системы, реализованные как ε-автоматы, ведут себя в среднем не хуже, чем агенты, разыгрывающие случайный равновероятный выбор частот из сетки радиоканалов $\{f_1^{(0)}, \ldots, f_K^{(0)}\}$.

4. Компьютерное моделирование системы ε-автоматов.

Для проведения вычислительного эксперимента с компьютерной моделью системы ε-автоматов были сгенерированы комплекты матриц взаимных помех в дуэльных ситуациях четырех типов: $\mathcal{N}_{asym}$, $\mathcal{N}_{sym}$, $\mathcal{N}_{hrom2}$, $\mathcal{N}_{hrom3}$. Матрицы комплектов $\mathcal{N}_{asym}$ и $\mathcal{N}_{sym}$ — это соответветственно асимметричные и симметричные матрицы размера 10×10, элементы которых генерировались с помощью датчика случаных чисел в диапазоне [0, 10].

Матрицы комплекта $\mathcal{N}_{hrom2}$ — это случайные асимметричные матрицы 10×10, содержащие нулевые элементы так, что соответствующий граф взаимовлияний $n = 10$ РЭС обладал хроматическим числом $\chi = 2$. В этом случае для такой группы РЭС возможно «идеальное» назначение частот из сетки, содержащей толко две канала $f_1^{(0)}, f_2^{(0)}$, при котором каждое из десяти РЭС работало бы без взаимных помех [6].

Аналогично для матриц комплекта $\mathcal{N}_{hrom3}$ возможно «идеальное» назначение рабочих частот из сетки, содержащей только три канала $f_1^{(0)}, f_2^{(0)}, f_3^{(0)}$. Выбор таких тестовых матриц объясняется желанием проверить способность системы установить эти назначения в жестких условиях ограниченного выбора действий. Функция $\varepsilon(t)$, определяющая скорость убывания параметра ε, была выбрана следующей

$$\varepsilon(t) = \begin{cases} 1, & t = 0,\ 1; \\ \max\{0.5 - 0.01t,\ 0\}, & t \ge 2. \end{cases}$$

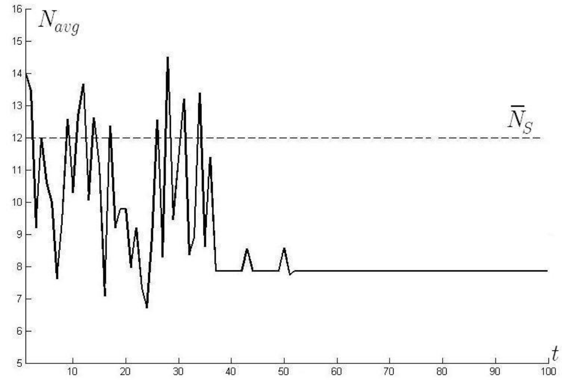

Рис. 2. Матрица взаимных помех из комплекта $\mathcal{N}_{asym}$; число радиоканалов в сетке = 4

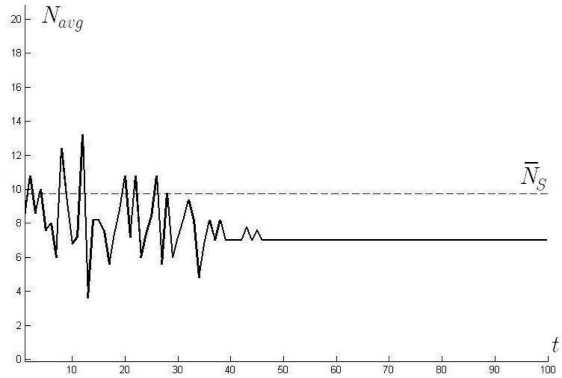

Рис. 3. Матрица взаимных помех из комплекта $\mathcal{N}_{sym}$; число радиоканалов = 4

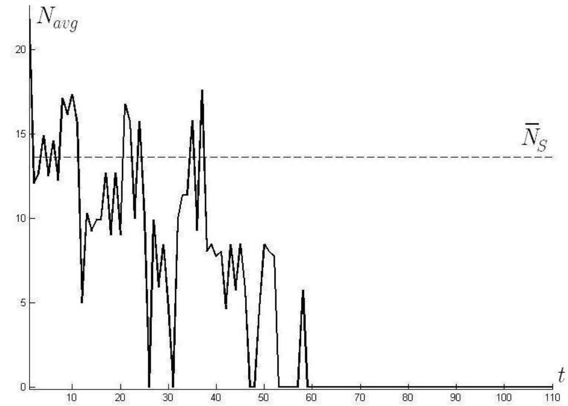

Рис. 4. Матрица взаимных помех из комплекта $\mathcal{N}_{hrom2}$; число радиоканалов = 2

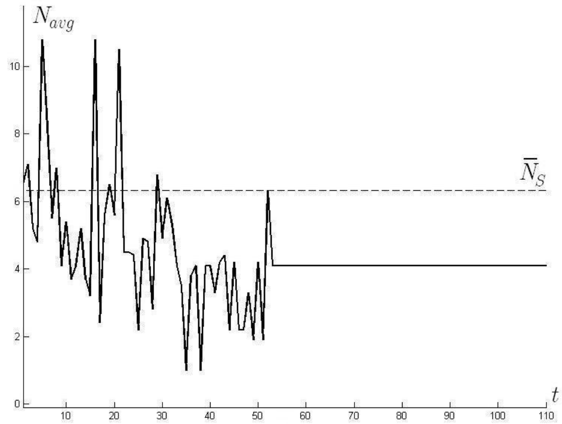

Рис. 5. Матрица взаимных помех из комплекта $\mathcal{N}_{hrom3}$; число радиоканалов = 3

На рисунках 2 – 5 приведены типичные графики для матриц взаимных помех в дуэльных ситуациях для всех четырех типов. Во всех тестовых примерах стационарное в среднем состояние системы автоматов достигалось за число шагов не более 80. Во всех случаях поведение систем было целесообразным. Для матриц из классов $\mathcal{N}_{hrom2}$ и $\mathcal{N}_{hrom3}$ только в четверти тестов стационарное состояние системы совпадало с «идеальным» (на рис. 4 показан удачный пример, когда стационарное состояние соответствует « идеальному» назначению частот, на рис. 5 — неудачный). В любом случае целесообразность поведения системы из ε-автоматов в указанном выше смысле позволяет говорить о перспективности ее использования в развиваемой в последние годы технологии когнитивного радио.

5. Заключение

Для задачи автономного выбора рабочих частот в группировке РЭС, создающих взаимные помехи, в работе предлагается концепция многоагентной системы, элементами (агентами) которой являются т.н. ε-автоматы. Вводится числовая характеристика системы — средний уровень помех в системе в момент времени t и на ее основе определяются понятия стационарности в среднем и целесообразности поведения системы.

Приводятся результаты компьютерного моделирования системы при различных исходных данных. Показано, что несмотря на простоту поведения отдельного ε-автомата система демонстрирует целесообразное поведение.

Список цитируемых источников

1. *Малишевский А. В.* Модели совместного функционирования многих целенаправленных элементов. I, II // Автоматика и телемеханика. — 1972. — №11. — С. 92–110, №12. — С. 108–128.

   Malishevskii A. V. (1972). Models of many goal-seeking elements combined functioning. I, II. Avtomat. i Telemekh., I – 11, 92–110, II –12, 108–128 (in Russian).
2. *Опойцев В. И.* Равновесие и устойчивость в моделях коллективного поведения. — М.: Наука, 1977. — 245 с.

   Opoitsev V. I. (1977). Equilibrium and stability in models of collective behavior. Moscow: Nauka (in Russian).
3. *Мулен Э.* Теория игр с примерами из математической экономики. — М.: Мир, 1985. — 200 с.

   Moulin H. (1981) Théorie des jeux pour l'économie et la politique. Paris: Hermann.
4. *Соловьев В. В.* Методы оптимального присвоения частот. — М.: Изд-во Гейзер, 2000, — 133 с.

   Soloviev V. V. (2000). Optimal methods of frequency assignment. Moscow: Geyser (in Russian).
5. *Стефанюк В. Л.* Локальная организация интеллектуальных систем. — Moscow: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 328 с.

   Stefaniuk V. L.(2004). The local organization of intellectual systems. M.: FIZMATLIT (in Russian).
6. *Chartrand G., Zhang P.* (2007). Radio Colorings of Graphs — A Survey. International Journal of Computational and Applied Mathematics, 2 (3), 237–325.
7. *Haykin S.* (2005). Cognitive Radio: Brain-Empowered Wireless Communications. IEEE Journal on selected areas in communications, 23 (2), 201–220.
8. *Monderer, D., Shapley, L.* (1996). Potential games. Games and economic behavior 143 (14), 124–143.
9. *Yan Zhang* (2009). Spectrum handoff in cognitive radio networks: opportunistic and negotiated situations. IEEE International Conference on Communications, ICC' 09, Dresden, Germany, 1–6.

Получена 17.03.2016