

УДК 519.713.5+528.854.4

# Количественная оценка изменений на полутоновых изображениях клеточным автоматом

**А. А. Максимов**

ООО «Сбербанк-Сервис»

Ярославль 150003. E-mail: maksimov\_aa@outlook.com

**Аннотация.** Предлагается новый подход к оценке изменений (яркостных, конфигурационных и их композиций) для двух последовательных полутоновых изображений одной и той же сцены, полученных в разные моменты времени. Приводится математическое обоснование предложенных показателей. Для определения этих показателей предлагается параллельная вычислительная модель, основанная на концепции клеточных автоматов с диффузионной динамикой. Приводится пример реализации предложенного подхода.

**Ключевые слова:** сравнение изображений, клеточный автомат, диффузия

## Quantitative evaluation of changes on grayscale images by cellular automaton

**A. A. Maksimov**

Sberbank-Service Ltd, Yaroslavl 150003.

**Abstract.** A new approach to estimate changes in brightness, configuration and their compositions for two grayscale images of the same scene is proposed. A mathematical justification for the proposed indicators of such changes is fulfilled. To determine these indicators we propose parallel computing model based on the concept of cellular automata with the diffusion dynamics.

**Keywords:** digital image processing, cellular automata, diffusion processes.

**MSC 2010:** 37B15, 68U10

## Введение

Обнаружение и оценка изменений областей на последовательности цифровых изображений — важная задача, возникающая в таких прикладных областях как анализ данных, полученных с геостационарных спутников (обнаружение и анализ облачности, динамика изменения объектов урбанистического и природного происхождения) [2], рентгеноскопический контроль качества, разработка охранных систем и др.

Фактически эта задача сводится к сравнению двух снимков одной сцены, полученных неподвижной камерой в разные моменты времени. Несмотря на простоту формулировки, эта задача является достаточно сложной. Дело в том, что

даже для черно-белых изображений, в которых области естественно интерпретировать как связанные компоненты черного цвета на белом фоне трудно, а иногда и невозможно, установить некоторое взаимно-однозначное соответствие между компонентами разных снимков. Это связано с тем, что компоненты могут менять положение, форму, сливаться и дробиться. Для полутоновых изображений задача усложняется, поскольку помимо конфигурационных изменений возможны изменения яркости пикселей. Таким образом возникает проблема строгой формализации задачи.

Вторая проблема связана с трудоемкостью алгоритмов. Любой последовательный алгоритм, обнаруживающий измененные области и вычисляющий величину относительного изменения, фактически должен проанализировать каждый пиксель изображения, что потребует недопустимо большого времени получения результата. Следовательно, алгоритм должен допускать максимально возможное распараллеливание в рамках определенной вычислительной модели.

В работе [4] был предложен подход к решению задачи оценки изменений для бинарных изображений. Суть его заключалась в использовании клеточного автомата с диффузионной динамикой для получения требуемых результатов. Клеточный автомат, по-видимому, является простейшей вычислительной моделью параллельного типа, наиболее подходящей для решения задач обработки изображений [9, 10]. В настоящее время существуют компьютерные технологии (например, CUDA), которые позволяют реализовывать клеточные автоматы в «железе». В данной работе предлагается адаптировать указанный подход для полутоновых изображений

## 1. Области на полутоновых изображениях

Растровое полутоновое изображение  $K$  кодируется в цифровом виде с помощью битовой карты — матрицы  $K = (K(i, j))$ , хранящей значения яркости элементов изображения (пикселей). Для хранения изображения в памяти под величину  $K(i, j)$  каждого пикселя  $(i, j)$  выделяется некоторое количество бит, что определяет шкалу возможных полутонов (уровней серого — grayscale) со значениями  $0, 1, \dots, q - 1$ . Часто при создании алгоритмов обработки и анализа изображений бывает удобным нормировать диапазон яркостей так, что  $0 \leq K(i, j) \leq 1$ .

Пусть  $K' = (K'(i, j))$  и  $K'' = (K''(i, j))$ ,  $(i, j) \in \Omega = \{1, \dots, M\} \times \{1, \dots, N\}$  — пара полутоновых растровых изображений (кадров), полученных экспонированием в одинаковых условиях некоторого участка пространства неподвижной камерой в моменты  $t'$  и  $t'' > t'$  соответственно. За время  $t'' - t'$  на рассматриваемом участке пространства могут произойти изменения, которые приводят к различию между кадрами. Обычно для поиска и оценки изменений определяют функцию разности сравниваемых изображений  $L(i, j) = |K'(i, j) - K''(i, j)|$  [1]. Матрица  $L = (L(i, j))$  содержит информацию об изменении яркости отдельных пикселей, но сама по себе не дает количественной оценки относительного изменения отдельных областей изображения.

Далее будем рассматривать каждый кадр как совокупность областей, где каждая область представляет собой связанное множество пикселей, объединенных до-

полнительным критерием, например, определенной однородностью яркости пикселей.

Очевидно, что подобное понимание изображения как совокупности областей требует определенной формализации. В противном случае мы можем столкнуться с парадоксами интерпретации изображения, описанными в работах по гештальт-психологии зрительного восприятия [5]. Ниже предлагается формальное определение областей изображения и количественная оценка их изменения.

Назовем маской изображения  $K'$  матрицу  $B' = (b'_{ij})$ , полученную функцией квантования по яркости:

$$b'_{ij} = \begin{cases} a_1, & \text{если } 0 \leq K'(i, j) < b_1, \\ a_2, & \text{если } b_1 \leq K'(i, j) < b_2, \\ a_3, & \text{если } b_2 \leq K'(i, j) < b_3, \\ \dots & \\ a_k, & \text{если } b_{k-1} \leq K'(i, j) \leq 1, \end{cases}$$

где  $0 \leq b_1 < b_2 < \dots < b_{k-1} \leq 1$  — заранее выбранные уровни квантования [1]. Аналогично при тех же значениях  $a_i$  и  $b_i$  строится маска  $B''$  для второго кадра  $K''$ . Если интерпретировать матрицы  $B'$  и  $B''$  как изображения, в которых яркости пикселей имеют значения  $a_1 < a_2 < \dots < a_k$  (или  $a_1 > a_2 > \dots > a_k$ ), то  $B'$  и  $B''$  представляют собой множество монохромных компонент связности, образуемых пикселями одинаковой яркости:  $B' = \{B'_1, \dots, B'_{m'}\}$  и  $B'' = \{B''_1, \dots, B''_{m''}\}$ .

Заметим, что характер упорядченности (по возрастанию или убыванию) величин  $a_1, a_2, \dots, a_k$  влияет на матрицы  $B'$ ,  $B''$  (см. на рис. 2(а) и(б)) и определяет понятие фона и объектов интереса. При  $a_1 < a_2 < a_3 < \dots < a_k$  более светлые области на исходных кадрах будут являться объектами на темном фоне. Если же  $a_1 > a_2 > \dots > a_k$ , то более темные области будут объектами на светлом фоне. Для определенности будем считать, что матрицы  $B'$ ,  $B''$  определены для случая  $a_1 < a_2 < \dots < a_k$ .

Назовем  $K'_r$  областью полутонного изображения  $K'$ , если пиксели  $(i, j)$  в  $K'_r$  на маске областей  $B'$  образуют связную компоненту  $B'_r$  с одним и тем же значением уровня яркости  $a_i$ . Аналогично определяются области изображения  $K''$ , порождаемые монохромными компонентами связности матрицы  $B''$ .

В качестве примера, поясняющего введенные понятия, на рис. 1 изображены кадры  $K'$  и  $K''$  с обозначенными областями  $K' = \{K'_1, \dots, K'_6\}$  и  $K'' = \{K''_1, \dots, K''_7\}$ , которые порождены соответствующими масками  $B'$  и  $B''$  ((в) и (г) соответственно) с обозначенными границами связных компонент  $B' = \{B'_1, \dots, B'_6\}$  и  $B'' = \{B''_1, \dots, B''_7\}$ .

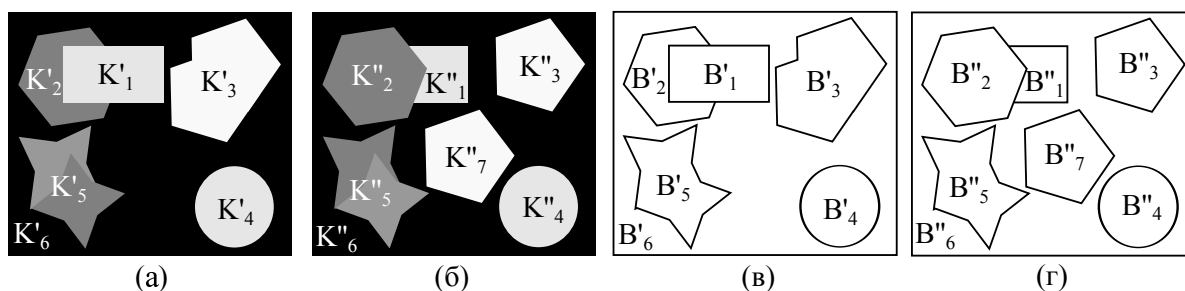


Рис. 1. (а) и (б) — кадры  $K'$  и  $K''$ ; (в) и (г) — маски областей  $B'$  и  $B''$ .

Под изменением изображения всюду далее понимается изменение его областей, т. е. переход множества  $\{K'_1, \dots, K'_{m'}\}$  в множество  $\{K''_1, \dots, K''_{m''}\}$ . Для количественной оценки изменения требуется установить соответствие между областями кадра  $K'$  и областями кадра  $K''$ .

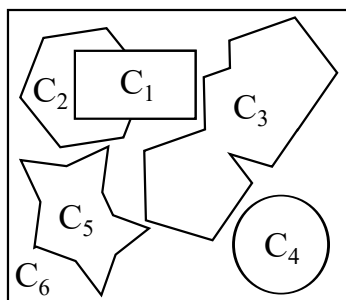


Рис. 2. Объединенная маска  $B_U$

Для этого воспользуемся объединенной маской  $B_U$ :

$$B_U = B' \cup B'',$$

где теоретико-множественная операция объединения понимается в терминах функции яркости как

$$B_U(i, j) = \max\{B'(i, j), B''(i, j)\}, \quad (i, j) \in \Omega. \quad (1.1)$$

Изображение  $B_U$  как и  $B'$  и  $B''$  можно рассмотреть как множества компонент связности:

$$B_U = \{C_1, \dots, C_m\}$$

Если компонента  $B'_r$  (или компоненты) со значением элементов  $a_r$  на маске  $B'$  и отличная от нее компонента  $B''_s$  (или компоненты) с тем же значением элементов  $a_r$  на маске  $B''$  образуют связную компоненту  $C_p$  на объединенной маске  $B_U$ , то между соответствующими областями  $K'_r$  и  $K''_s$  на исходных кадрах  $K'$  и  $K''$  устанавливается соответствие. На рис. 2 приведена объединенная маска  $B_U$  с обозначенными границами компонент связности  $B_U = \{C_1, \dots, C_6\}$ .

Формализовав понятие области на изображении и соответствия между областями на кадрах, перейдем к вопросу об оценке изменения этих областей.

## 2. Оценка изменений областей изображения

Пусть, как и ранее,  $L(i, j) = |K'(i, j) - K''(i, j)|$ . Обозначим через  $L_1$  множество пикселей кадра  $K''$ , изменившихся относительно кадра  $K'$ :

$$L_1 = \{(i, j) \in \Omega : L(i, j) > 0\}.$$

Пусть  $C_r \in B_U$  — компонента связности на формальном изображении  $B_U$ . Назовем изменившейся областью связную компоненту  $C_r$  на формальном изображении  $B_U$ , если в  $C_r$  есть изменившиеся пиксели, т. е.  $L_1 \cap C_r \neq \emptyset$ . Естественно возникает вопрос о количественной оценке изменений в каждой такой области. Для этого определим величину  $\delta_L(C_r)$  следующим образом:

$$\delta_L(C_r) = \frac{\sum_{(i,j) \in L_1 \cap C_r} L(i, j)}{|C_r|},$$

где  $|C_r|$  — количество пикселей в  $C_r$ . Очевидно, что значение  $\delta_L(C_r)$  есть среднее изменение яркости в  $C_r$ .

Помимо яркостных изменений, можно количественно оценить и изменения формы областей. В [4] предлагался достаточно естественный подход, позволяющий количественно оценить изменения отдельных областей динамически меняющегося бинарного изображения. В определенном смысле введенный коэффициент являлся дополнением до 1 меры сходства Жаккара, часто используемого при решении задач кластеризации данных. Определим величину  $S(i, j)$  по правилу

$$S(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{если } |B'(i, j) - B''(i, j)| > 0; \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases}$$

Пусть  $S_1$  — множество элементов матрицы  $S$ , равных единице:

$$S_1 = \{(i, j) \in \Omega : S(i, j) = 1\}.$$

Если  $S_1 \cap C_r \neq \emptyset$ , то в  $C_r$  произошли изменения, повлиявшие на форму области. Поясним на примере. На рис.1 (фигуры (в), (г)) область  $B'_1$  изменила форму и стала  $B''_1$ , т.к. на рис.2  $C_1 = B'_1 \cup B''_1$ . А в  $B'_5$  произошли только яркостные изменения, но форма области  $B'_5$  относительно  $B''_5$  не изменилась, т.к. на рис.2  $C_5 = B'_5 \cup B''_5$ .

Определим величину  $\delta_S(C_r)$  следующим образом:

$$\delta_S(C_r) = \frac{\sum_{(i,j) \in S_1 \cap C_r} S(i, j)}{|C_r|}.$$

Значение  $\delta_S(C_r)$  характеризует различие (сходство) формы областей, объединение которых образовало  $C_r$ .  $\delta_S(C_r) = 0$  означает, что формы областей на масках  $B'$  и  $B''$ , объединение которых образовало  $C_r$ , совпадают. И, наоборот, если  $\delta_S(C_r) = 1$ , то либо область на маске  $B'$ , совпадающая с  $C_r$  исчезла, либо на маске  $B''$ , появилась новая область, совпадающая с  $C_r$ .

Заметим, что для случая, когда  $a_1 > a_2 > a_3 > \dots > a_k$  (более темные области будут объектами на светлом фоне), вышесказанные рассуждения также применимы.

Вычисление введенных характеристик изменившихся областей на изображении обычными последовательными методами — задача крайне трудоемкая. Для ее решения естественно привлекать альтернативные, параллельные платформы для вычислений, например, клеточные автоматы.

### 3. Клеточный автомат с диффузионной динамикой

Поскольку многие задачи обработки изображений «клеточные» по своей природе естественно привлекать для их решения аппаратные платформы, основанные на клеточной логике. В качестве такой платформы можно использовать клеточный автомат (КА), позволяющий реализовывать параллельные алгоритмы для задач обработки и анализа изображений. Клеточный автомат (КА) представляет собой динамическую систему, поведение которой полностью определяется в терминах локальных зависимостей. Классический КА состоит из множества клеток, организованных в регулярную  $d$ -мерную решетку (массив). Каждой клетке ставится в соответствие конечный автомат, называемый элементарным автоматом, который может находиться в одном из состояний множества возможных состояний<sup>1</sup>. Элементарный автомат может изменять это состояние в зависимости от состояний клеток некоторого своего окружения, называемого окрестностью. Правило вычисления следующего состояния в зависимости от состояний соседей (функция переходов элементарного автомата) у всех клеток одно и то же. Необходимо сделать замечание относительно множества соседних клеток, которое по определению состоит из ячеек самого КА. В ряде прикладных работ (см., [6]) используется понятие псевдососедей, т. е. сигналов, которые могут быть считаны функцией перехода, но источником которых не является содержимое клеток автомата. В задачах анализа изображений псевдососедями могут выступать матрицы того же размера что и решетка КА. Для этого достаточно представить в трехмерном пространстве плоскость КА и над ней матрицу псевдососедей. Каждый элемент матрицы псевдососедей связан с соответствующей ячейкой КА. Все клетки выполняют переход в новое состояние одновременно, т. е. синхронно и параллельно (очевидно,

<sup>1</sup>Вообще говоря, в классическом определении КА множество возможных состояний предполагается конечным. В последнее время для описания сложной динамики и хаоса в распределенных системах различной природы активно используются КА с континуальным множеством состояний. Такие автоматы часто называют решеткой связанных отображений (coupled map lattices – CML) [8].

что у псевдососедей значение не меняется). При этом наблюдается изменение глобальной картины распределения состояний по пространству КА. Такая картина называется конфигурацией КА.

В данной работе будет использоваться двумерный КА, решетка которого естественным образом соотносится с анализируемыми растровыми изображениями. Под окрестностью клетки  $(i, j)$  понимается совокупность  $\mathcal{N}(i, j)$  соседних клеток с центральной клеткой  $(i, j)$

$$\mathcal{N}(i, j) = \{(k, l) \in L : |k - i| \leq r \wedge |l - j| \leq r\},$$

где величина  $r$  называется радиусом окрестности. Всюду далее будем рассматривать окрестности радиуса  $r = 1$ . В этом случае  $\mathcal{N}(i, j)$  содержит наряду с клеткой  $(i, j)$  восемь ее ближайших соседей вида  $(i + k, j + l)$ ,  $k, l = -1, 0, +1$  (т.н. окрестность Мура). Состояние клетки  $(i, j)$  в момент времени  $t$  будем задавать величиной  $x_{ij}(t) \in \mathcal{P}$ , где  $\mathcal{P} = [0, 1]$  — множество состояний рассматриваемого КА, представляющее собой единичный отрезок.

Состояние окрестности клетки  $(i, j)$  в момент времени  $t$  обозначим как  $x_{\mathcal{N}(i,j)}(t) = \{x_{u,v}(t)\}$ , где  $(u, v) \in \mathcal{N}(i, j)$ .

Обозначим  $\mathcal{X}_0 = [x_{ij}(0)]$  - начальное состояние КА, а матрицу псевдососедей  $\mathcal{X}_\psi$

Начиная с шага  $t = 1$  динамика КА будет подчиняться единому правилу перехода для каждой клетки автомата в соответствии с уравнением:

$$x_{ij}(t + 1) = \mathcal{F}\left(x_{ij}(t), x_{\mathcal{N}(i,j)}(t), \mathcal{X}_0(i, j), \mathcal{X}_\psi(i, j)\right), \tag{3.1}$$

где функция перехода

$$\mathcal{F} = x_{ij}(t) + \gamma \cdot \sum_{(u,v) \in \mathcal{N}(i,j): (\mathcal{X}_\psi(u,v) = \mathcal{X}_\psi(i,j))} [x_{uv}(t) - x_{ij}(t)] \tag{3.2}$$

а параметр  $\gamma > 0$ . Правило (3.2) при определенном значении параметра  $\gamma > 0$  является конечно-разностным уравнением диффузии. Поясним динамику клеточного автомата на примере, а также рассмотрим вопрос сходимости конфигурации КА к стационарному состоянию.

#### 4. Динамика клеточного автомата.

Рассмотрим КА с правилом (3.2) на рис. 3, в котором параметр  $\gamma = 0.124$ , матрица псевдососедей  $\mathcal{X}_\psi$  изображена на рис. 3 фигура (а), а начальная конфигурация  $\mathcal{X}_0$  — рис. 3 фигура (б). Яркость ячеек в фигурах пропорциональна их значениям. В течение эволюции клеточной плоскости в силу правила (3.2) и его диффузионного характера ненулевые элементы постепенно начинают «размазываться» по плоскости КА, при этом не выходя за границы связанных компонент матрицы псевдососедей  $\mathcal{X}_\psi$  (см. рис. 3 фигура (в)).

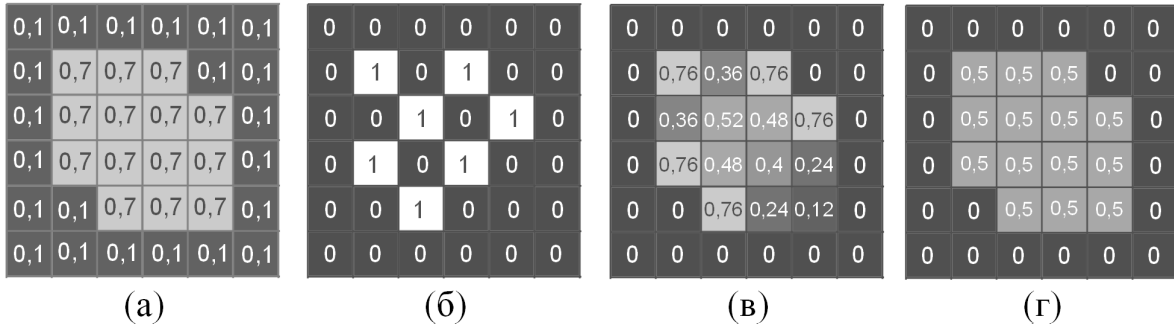


Рис. 3. (а) — матрица псевдососедей  $\mathcal{X}_\psi$ ; (б) — начальная конфигурация КА  $\mathcal{X}_0$ ; (в) — конфигурация КА в момент времени  $t = 2$ ; (г) — конфигурация КА в момент времени  $t = 25$ .

Другими словами для каждой компоненты матрицы псевдососедей  $\mathcal{X}_\psi$  будет существовать такая же по форме компонента из ячеек КА, в которой происходит диффузионный процесс. На рис. 3 фигура (г) на 25-й итерации конфигурация КА находится практически в стационарном состоянии, т.к. значения всех клеток отличаются от предельного значения не более чем на 0.005. Матрицу значений ячеек КА в стационарном состоянии будем считать искомой. Рассмотрим подробно вопрос при каком значении параметра  $\gamma > 0$  в уравнении (3.2) будет наблюдаться сходимость.

Пусть  $C_r^\psi \in \mathcal{X}_\psi$  — связная компонента матрицы  $\mathcal{X}_\psi$ . Пусть  $C_r \in \mathcal{X}_0$  — множество ячеек, соответствующих  $C_r^\psi$  (форма  $C_r^\psi$  совпадает с  $C_r$ ). Клеточный автомат эволюционирует в соответствии с уравнением (3.2). Отметим, что, начиная с первого шага, выполняется условие сохранения суммы состояний всех клеток множества  $C_r$ :

$$\sum_{(i,j) \in C_r} x_{ij}(t) = \sum_{(i,j) \in C_r} x_{ij}(0). \quad (4.1)$$

Равенство (4.1) легко доказывается, если просуммировать разностное уравнение (3.2) по всем клеткам  $(i, j) \in C_r$  и учесть, что

$$\sum_{(i,j) \in C_r} \sum_{(u,v) \in \mathcal{N}(i,j), (u,v) \in C_r^\psi} (x_{uv}(t) - x_{ij}(t)) = 0.$$

Для удобства пронумеруем произвольным образом все клетки множества  $C_r$  индексами  $i = 1, 2, \dots, n$ . Пусть  $A = [a_{ij}]$  — матрица смежности графа связности множества  $C_r$ :  $a_{ij} = 1$ , если клетка  $i$  и  $j$  — соседние и  $a_{ij} = 0$  в противном случае. Отметим, что максимальная степень вершин этого графа не превосходит 8, поскольку в КА используется структура связей, определяемая окрестностью Мура. Вектор состояний клеток  $x_{C_r}(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$  описывает конфигурацию компоненты  $C_r$  в момент времени  $t$ . Запишем динамику правила (3.2) конфигурации  $x_{C_r}(t)$  множества  $C_r$  в матричном виде

$$x_{C_r}(t+1) = D_\gamma x_{C_r}(t), \quad (4.2)$$



где

$$D_\gamma = \begin{pmatrix} 1 - r_1\gamma & a_{12}\gamma & \dots & a_{1n}\gamma \\ a_{21}\gamma & 1 - r_2\gamma & \dots & a_{2n}\gamma \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1}\gamma & a_{n2}\gamma & \dots & 1 - r_n\gamma \end{pmatrix}, \quad r_i = \sum_{j \neq i} a_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n.$$

Решение  $x_{C_r}(t)$  линейной системы конечно-разностных уравнений (4.2) можно записать в виде

$$x_{C_r}(t) = D_\gamma^t x_{C_r}(0).$$

Если существует предельная матрица  $D_\gamma^\infty = \lim_{t \rightarrow \infty} D_\gamma^t$ , то предельная конфигурация  $\tilde{x}_{C_r} = \lim_{t \rightarrow \infty} x_{C_r}(t) = D_\gamma^\infty x_{C_r}(0)$ .

Определим ограничения на параметр диффузии  $\gamma$ , при которых существует ненулевой предел степеней матрицы  $D_\gamma$ . Для этого заметим, что при выполнении неравенств

$$0 < 1 - r_i\gamma < 1, \quad i = 1, 2, \dots, n, \tag{4.3}$$

симметричная матрица  $D_\gamma$  является дважды стохастической, поскольку все элементы каждой строки (столбца) неотрицательны, а сумма их равна 1.

Пусть  $\gamma$  удовлетворяет системе (4.3). Соответствующая матрице  $D_\gamma$  марковская цепь является регулярной, поскольку, во-первых, граф переходов цепи сильно связан, и, во-вторых, диагональные элементы  $1 - r_i\gamma$  матрицы  $D_\gamma$  положительны. Для регулярных марковских цепей с дважды стохастической матрицей переходов справедлива эргодическая теорема [7], в силу которой имеет место сходимость с экспоненциальной скоростью:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} D_\gamma^t = D_\gamma^\infty = \begin{pmatrix} 1 \\ \dots \\ 1 \\ \dots \\ 1 \\ \dots \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Заметим, что достаточным условием выполнения неравенств (4.3) будет выбор параметра  $\gamma = 1/8 - \varepsilon$  ( $\varepsilon > 0$ ) поскольку величины  $r_i \leq 8$ .<sup>2</sup>

Определим теперь предельное состояние  $\tilde{x}_{C_r}$  клеток автомата, соответствующих множеству ячеек  $C_r$

$$\begin{aligned} \tilde{x}_{C_r} = \lim_{t \rightarrow \infty} x_{C_r}(t) &= D_\gamma^\infty x(0) = \left( \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} x_i(0), \dots, \sum_{i=1}^n \frac{1}{n} x_i(0) \right) = \\ &= \left( \frac{\sum_{i=1}^n x_i(0)}{n}, \dots, \frac{\sum_{i=1}^n x_i(0)}{n} \right), \end{aligned}$$

Последнее равенство следует из (4.1). Каждая клетка  $\tilde{x}_{ij} \in C_r$  предельной конфигурации находится в состоянии

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i(0)}{n}$$

---

<sup>2</sup>Всюду в вычислительных экспериментах использован параметр  $\gamma = 0.124$ . Выбор меньшего значения увеличивает число итераций КА экспоненциально.

Таким образом, если начальная конфигурация КА  $\mathcal{X}_0 = L$ , где, как и ранее,  $L(i, j) = |K'(i, j) - K''(i, j)|$ , а матрица псевдосооседей  $\mathcal{X}_\psi = B_\cup$ , то предельное состояние клеток:

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i(0)}{n} = \frac{\sum_{(i,j) \in L_1 \cap C_r} L(i, j)}{|C_r|} = \delta_L(C_r).$$

Очевидно, что если  $\mathcal{X}_0 = S$  и  $\mathcal{X}_\psi = B_\cup$ , где

$$S(i, j) = \begin{cases} 1, & \text{если } |B'(i, j) - B''(i, j)| > 0; \\ 0, & \text{иначе,} \end{cases}$$

то

$$\tilde{x}_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i(0)}{n} = \frac{\sum_{(i,j) \in S_1 \cap C_r} S(i, j)}{|C_r|} = \delta_S(C_r).$$

Обозначим предельные матрицы значений КА в зависимости от входных данных:

$$\Delta_L = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{F}(x_{ij}(t), x_{N(i,j)}(t), L(i, j), B_\cup(i, j)),$$

$$\Delta_S = \lim_{t \rightarrow \infty} \mathcal{F}(x_{ij}(t), x_{N(i,j)}(t), S(i, j), B_\cup(i, j)),$$

Рассмотрим конкретные примеры применения введенных мер различия для анализа изменений на полутонных изображениях.

## 5. Примеры

На рис. 4 (фигуры (а) и (б)) приведены два негативных полутонных спутниковых снимка. На снимках изображены исчезающие тропические леса Амазонки. Первый кадр снят в 1984 году, второй в 2012.<sup>3</sup> Более темные области на втором кадре (фигура (б)) — это вырубки. Для данных снимков требуется оценить площадь изменившихся областей (вырубок).

Выделяем области изображения квантованием по яркости. Для простоты бинаризуем исходные кадры по порогу 0.59 (фигуры (в) и (г)). Запишем формально:

$$B' = \beta(K'(i, j)) = \begin{cases} 1, & \text{если } 0 \leq K'(i, j) < 0.59, \\ 0, & \text{если } 0.59 \leq K'(i, j) \leq 1. \end{cases}$$

<sup>3</sup>Источник изображений: <https://earthengine.google.org/>

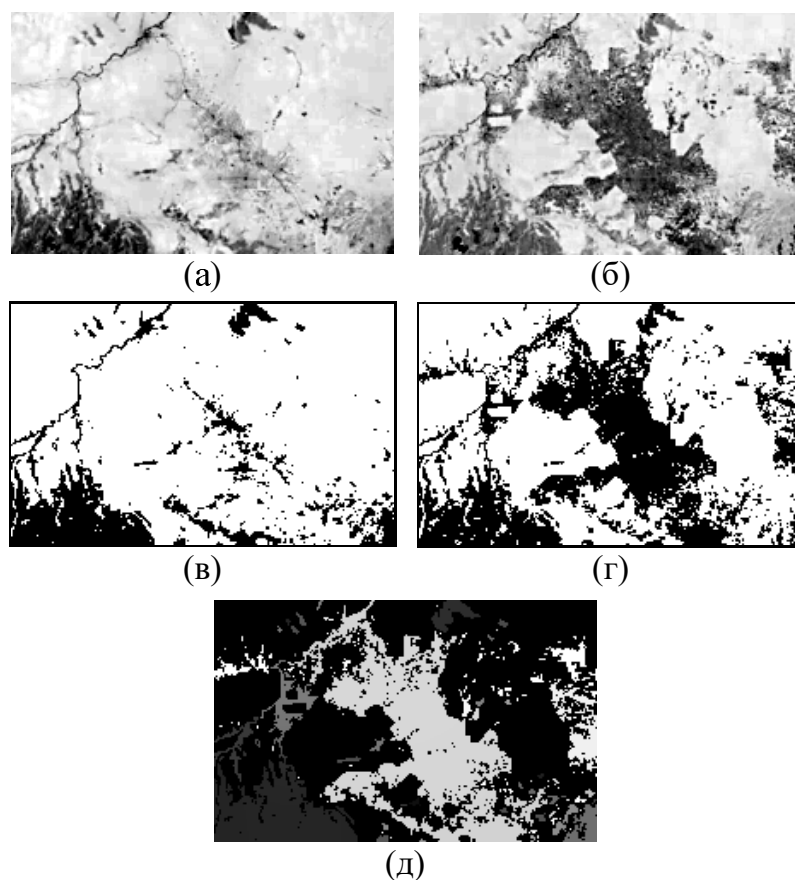


Рис. 4. (а) — кадр  $K'$ ; (б) — кадр  $K''$ ; (в) — изображение маски областей  $B'$ ; (г) — изображение маски областей  $B''$ ; (д) — изображение матрицы  $\Delta_S$

Аналогично вычисляем  $B''$ . С помощью описанного выше КА получим  $\Delta_S$ . На рис. 4 (фигура (д)) изображена матрица  $\Delta_S$  (яркость пикселей пропорциональна соответствующему значению в матрице).  $\Delta_S$  является стационарным состоянием КА после 25280 итераций. Белым цветом обозначены появившиеся вырубki ( $\delta_S(i, j) = 1$ ), черным — неизменившийся лес ( $\delta_S(i, j) = 0$ ), а промежуточным значением отмечены изменившиеся вырубki, что позволяет оценить масштаб изменения каждой вырубki.

Рассмотрим следующий пример. На рис. 5 (фигуры (а) и (б)) приведены два полутоновых снимка, полученных с помощью тепловизора. На снимках изображена стена дома до и после установки пластиковых стеклопакетов.<sup>4</sup> Яркость пикселей пропорциональна температуре на поверхности. Необходимо вычислить среднее изменение температуры в изменившихся областях. Для определения областей бинаризуем кадры по порогу 0.57 (рис. 5 (фигуры (в) и (г))) На изображении матрицы  $\Delta_L$  (фигура (д), 3339 итераций КА) видно, что после установки пластиковых стеклопакетов потери тепла в каждом окне снизились приблизительно на

<sup>4</sup>Источник изображений: <http://www.ecoseal.co.uk/energy-efficiency>.

50%, а в дверном проеме на 28%.

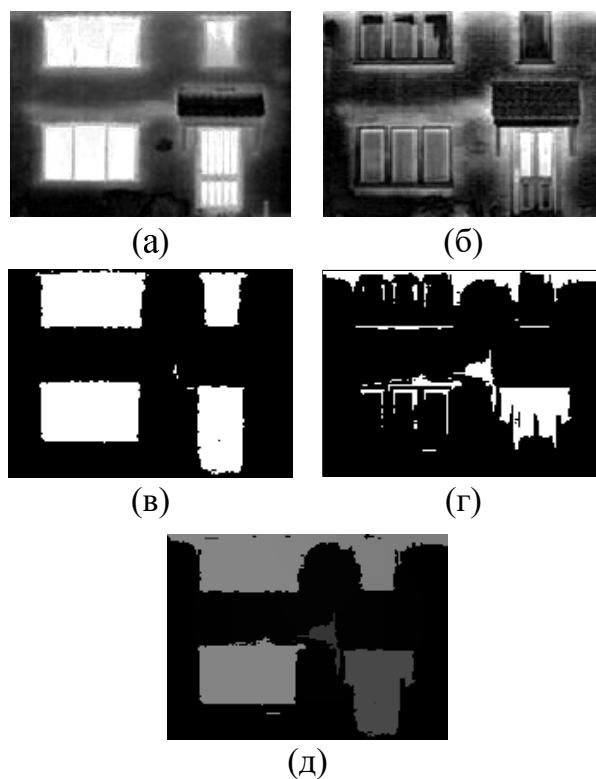


Рис. 5. (а) — кадр  $K'$ ; (б) — кадр  $K''$ ; (в) — изображение маски областей  $B'$ ; (г) — изображение маски областей  $B''$ ; (д) — изображение матрицы  $\Delta_L$

### Список цитируемых источников

1. Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. — М.: Техносфера, 2005.  
Gonzalez Rafael C., Woods Richard E. (2002). Digital Image Processing, 2nd Edition, Upper Saddle River: Prentice Hall.
2. Кашкин В. Б., Сухинин А. И. Дистанционное зондирование Земли из космоса. Цифровая обработка изображений. — М.: Логос, 2001.  
Kashkin V. B., Sukhinin A. I. (2001). Remote sensing of the Earth from space. Digital image processing (in Russian). Moscow: Logos.
3. Короткин А. А., Майоров В. В. Нейронная сеть с диффузионным взаимодействием элементов для селекции изменений динамического изображения. // Журнал выч. мат. и мат. физ. — 2000 — Т. 40, №2. — С. 300–306.  
Korotkin A. A., Majorov V. V. (2000). A neural network with diffusive interaction between elements for selecting changes in a dynamic image. Comput. Math. Math. Phys. 40:2, 287–292.

4. *Короткин А. А., Максимов А. А.* Клеточно-локальный алгоритм выделения и оценки изменений на бинарных изображениях. // *Модел. и анализ информ. систем.* — 2014. — Т. 21, №4. — С. 64–74.  
Korotkin A. A., Maksimov A. A. (2014). Cell-local algorithm for isolating and estimating changes on binary images. *Modelirovanie i analiz informats. sistem.* 21:4, 64–74.
5. *Марр Д.* Зрение. Информационный подход к изучению представления и обработки зрительных образов. — М.: Радио и связь, 1987.  
Marr D. (1982). *Vision. A Computational Investigation into the Human Representation and Processing of Visual Information.* New York: W. H. Freeman and Company.
6. *Тюффоли Т., Марголюс Н.* Машины клеточных автоматов. — М.: Мир, 1991.  
Toffoli T., Margolus N. (1987). *Cellular Automata Machines.* Cambridge: MIT Press.
7. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. Т.1. — М.: Мир, 1964.  
Feller W. (1957). *An introduction to probability theory and its applications.* Vol. 1. 2d ed. New York: Wiley.
8. *Kaneko K.* Theory and Application of Coupled Map Lattices. John Wiley&Sons Ltd, 1993.
9. *Preston K., Duff M.* Modern Cellular Automata. Theory and Applications. — New York: Plenum Press, 1984.
10. *Rosin Paul L.* Training Cellular Automata for Image Processing. // *Image Analysis. Lecture Notes in Computer Science.* — 2005, — Vol. 3540. — pp. 195-204.

Получена 21.05.2016