

УДК 531.36

Установившиеся режимы движения лодки с кривошипно-шатунным механизмом¹

В. О. Бекмеметьев, М. З. Досаев, Л. А. Климина

НИИ механики МГУ,

Москва 119192. E-mail: klimina@imec.msu.ru

Аннотация. Рассматривается машущий механизм, конструкция которого основана на применении кривошипно-шатунного механизма с лопастью, прикрепленной к шатуну. Построена математическая модель системы, состоящей из корпуса лодки и установленного на корпусе гребного механизма указанного типа. Система перемещается в сопротивляющейся среде. Для описания воздействия среды на лопасти механизма используется квазистатическая модель. Движение корпуса лодки предполагается прямолинейным. Установившимся движениям системы соответствуют притягивающие периодические траектории динамических уравнений модели. Проведен параметрический анализ таких траекторий. Результаты сопоставлены с экспериментальными данными, полученными при тестировании лабораторного макета.

Ключевые слова: гребной механизм, установившееся движение, параметрический анализ.

1. Введение

Известны разнообразные прикладные задачи, требующие применения машущего механизма в качестве рабочего элемента для летающего/плавающего устройства [2]. Одним из существенных преимуществ машущего механизма как гребного механизма лодки является возможность использования в водоемах с водорослями и в загрязненной воде. В таких условиях вращающийся гребной винт требует регулярной очистки, в то время как у машущего механизма вращающиеся элементы устройства могут быть вынесены из воды. В данной работе рассматривается машущий механизм, конструкция которого основана на применении кривошипно-шатунного механизма с пластиной (лопастью), прикрепленной к шатуну. Данный механизм может быть использован как движитель дирижабля, а также как гребной механизм лодки. Интересно отметить, что механизм представляет собой «обращение» ветроприемного устройства ветроэнергетической установки, рассмотренной в [4], подобно тому, как классический гребной винт и вертолетный винт по своей схеме принципиально соответствуют пропеллерной гидро/ветротурбине. И в том и в другом случае один и тот же конструктивный элемент может выступать и как устройство по преобразованию энергии движущегося потока и как устройство для перемещения в среде. В настоящей работе ставится задача продемонстрировать принципиальную возможность использования кривошипно-шатунного механизма с лопастью, закрепленной на шатуне, в качестве машущего движителя, а также провести параметрическое исследование соответствующих режимов движения.

¹Работа выполнена в рамках приоритетного направления научных исследований НИИ механики МГУ №10.1 «Динамика управляемых комплексных мехатронных систем».

2. Описание системы

Будем моделировать прямолинейное движение лодки с гребным механизмом. Будем предполагать, что гребной механизм состоит из двух симметрично расположенных и синхронно движущихся элементов, выполняющих функции правого и левого весел. В качестве такого элемента будем рассматривать кривошипно-шатунный механизм, который состоит из двух твердых тел: диск OA радиуса r , которое может вращаться вокруг оси O , и звено AB длины l , шарнирно соединенное с OA и несущее плоскую пластину, жестко присоединенное к нему (рис. 1). Двигатель мотора создает постоянный момент \hat{M} , приложенный к оси O . Будем считать, что сила тяжести скомпенсирована архимедовой силой. Движение пластины в воде приводит к возникновению гидродинамических сил. Из соображений симметрии предполагаем, что движение корпуса происходит вдоль оси Oy .

Система имеет две степени свободы. Обобщенными координатами системы будут ϕ — угол поворота кривошипа и y — координата точки O по оси y .

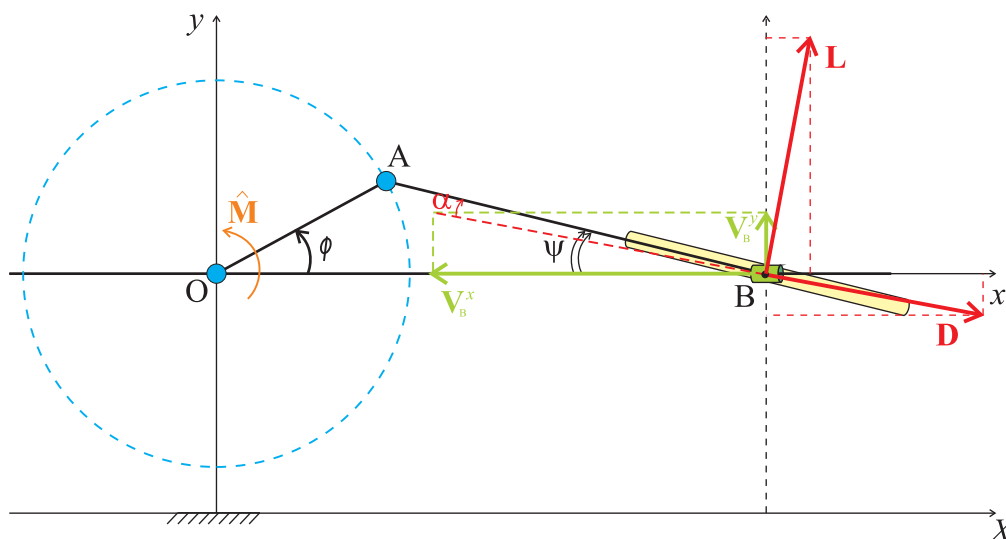


Рис. 1. Схема правой половины системы

3. Инерционно-массовые параметры

Будем предполагать, что центр масс тела «звено OA +ротор мотора» совпадает с точкой O , центр масс тела

«звено AB +пластина» совпадает с точкой B .

J_1 — центральный момент инерции твердого тела «звено OA +ротор мотора»

m_1 — суммарная масса системы

J_2 — центральный момент инерции твердого тела «звено AB +крыло»

m_2 — масса твердого тела «звено AB +пластина»

4. Описание гидродинамики

Для описания гидродинамического воздействия на лопасть воспользуемся квазистатической моделью. Будем предполагать, что гидродинамические силы действуют только на пластину, пренебрегаем воздействием на другие элементы механизма. Квазистатическая модель описывает гидродинамические силы в зависимости от обобщенных координат, обобщенных скоростей, а также таких параметров, как площадь пластины S , плотность среды ρ ([1]). Мы будем считать, что гидродинамические силы всегда приложены в одной и той же точке пластины B — центре давления (рис. 1).

Итак, считаем (квазистатический подход), что сила в каждый момент времени точно такая же, как если бы пластина была неподвижна и на нее приходил поток со скоростью $-V_B$. Введем угол α между вектором V_B и плоскостью пластины (рис. 1) — так называемый мгновенный угол атаки. Гидродинамическая сила будет суммой двух компонент: силы \mathbf{D} сопротивления и подъемной (боковой) силы \mathbf{L} . Сила \mathbf{D} направлена противоположно вектору V_B скорости точки B . Сила \mathbf{L} перпендикулярна скорости V_B . Зависимости величин сил \mathbf{L} и \mathbf{D} от мгновенного угла атаки принимают следующий вид: $D = 0.5\rho S V_B^2 C_x(\alpha)$, $L = 0.5\rho S V_B^2 C_y(\alpha)$. Здесь $C_x(\alpha)$, $C_y(\alpha)$ — безразмерные функции от угла атаки. При численных расчетах использовались зависимости коэффициентов $C_x(\alpha)$, $C_y(\alpha)$ силы сопротивления и подъемной силы от мгновенного угла атаки α , полученные на основе стационарных экспериментов с плоской пластиной удлинения 8 (см. [3]). Для плоской пластины эти функции π -периодические.

5. Динамические уравнения

Для составления уравнений движения воспользуемся формализмом Лагранжа. Кинетическая энергия системы имеет вид:

$$E_{kin} = \frac{1}{2}(m_1 \dot{y}^2 + J_1 k(\phi) \dot{\phi}^2),$$

где

$$k = 1 + k_1 a^2 \frac{\cos \phi^2}{\cos \psi^2} + k_2 \left(\sin \phi + \cos \phi \frac{\sin \psi}{\cos \psi} \right)^2, \quad k_1 = \frac{J_2}{J_1}, \quad k_2 = \frac{m_2 r^2}{J_1}, \quad a = \frac{r}{l}.$$

Запишем динамические уравнения движения рассматриваемой системы в безразмерных переменных:

$$\begin{aligned} \frac{d\phi}{d\tau} &= z, \\ \frac{dz}{d\tau} &= -\frac{k'(\phi)}{2k(\phi)} z^2 + \frac{\mu}{k(\phi)} (Q(\phi, z, \nu) + M), \\ \frac{d\nu}{d\tau} &= \mu b f(\phi, z, \nu), \end{aligned} \tag{5.1}$$

где безразмерное время обозначено $\tau = Tt$, T — характерное время,

$\alpha = \psi + \arctan\left(\frac{u_{By}}{u_{Bx}}\right)$ — угол атаки,

$$\nu = \frac{T}{r}V_O - \text{безразмерная скорость центра масс всей системы,}$$

$$z - \text{безразмерная угловая скорость кривошипа,}$$

$$Q = \frac{-\sin(\phi + \psi)}{\cos \psi}(C_y(\alpha)u_{B_y} - C_x(\alpha)u_{B_x})\sqrt{u_{B_x}^2 + u_{B_y}^2} - \text{безразмерная обобщенная}$$

гидродинамическая сила, соответствующая обобщенной координате ϕ ,

$$u_{B_x} = -z \sin \phi - z \cos \phi \frac{\sin \psi}{\cos \psi}, \quad u_{B_y} = \nu,$$

$$M = \frac{\hat{M}}{\mu J_1 T^2} - \text{безразмерный момент мотора,}$$

$$f = (-C_y(\alpha)u_{B_x} - C_x(\alpha)u_{B_y})\sqrt{u_{B_x}^2 + u_{B_y}^2} - \text{безразмерная гидродинамическая сила}$$

в проекции на ось Oy ,

$$b = \frac{J_1}{m_1 r^2}, \quad \mu = \frac{\rho S r^3}{2J_1} - \text{безразмерные параметры.}$$

Отметим, что все функции, стоящие в правой части системы (5.1), 2π -периодические по переменной ϕ .

6. Постановка задачи

Требуется исследовать периодические решения уравнений движения, так как они соответствуют установившимся режимам движения механизма, в частности: найти, какую среднюю скорость может развить лодка с гребным механизмом в зависимости от величины управляющего момента. При этом под установившимся движением механизма мы понимаем движение, при котором скорость V_O корпуса лодки и угол ϕ поворота кривошипа являются периодическими функциями времени с одинаковым периодом. Более того, будем рассматривать только движения, на которых угловая скорость кривошипа остается положительной. Таким образом, можно говорить, что на рассматриваемом установившемся движении V_O и $d\phi/d\tau$ периодические по переменной ϕ с периодом 2π .

7. Примеры траекторий системы

В результате численного интегрирования системы (5.1) при различных значениях параметров и различных начальных условиях было обнаружено, что траектории системы стремятся к притягивающему периодическому решению. Причем для всех рассмотренных случаев было выявлено существование единственного периодического решения. Конкретный вид этого решения существенно зависит от параметров задачи.

Для иллюстрации переходных процессов, происходящих в системе (5.1) при выходе траектории в окрестность периодического решения, построим примеры траектории системы. Зафиксируем все параметры, включая μ и M , и построим несколько траекторий с разными начальными условиями (рис. 2, 3). При этом для того, чтобы наглядно продемонстрировать периодичность предельной траектории как по переменной t , так и по переменной ϕ на рис. 2, 3 представлены графики $\{\phi(t), z(t)\}$ и $\{t, \nu(t)\}$. Пунктирные вертикальные линии на плоскости $\{\phi, z\}$ отвечают изменению ϕ на 2π , видно, что через некоторое время график $\{\phi(t), z(t)\}$ становится близким к некоторой 2π -периодической

функции от ϕ , которая характеризуется минимальным z_{min} и максимальным z_{max} значениями переменной z . Для всех рассмотренных примеров начальных условий эта предельная кривая одинакова (на рисунках представлены два из таких примеров). Для полученной таким численным методом предельной траектории изменению ϕ на 2π отвечает изменение t на некоторую величину T (период траектории по времени), что показано на плоскости $\{t, \nu\}$ вертикальными прямыми (рис. 3).

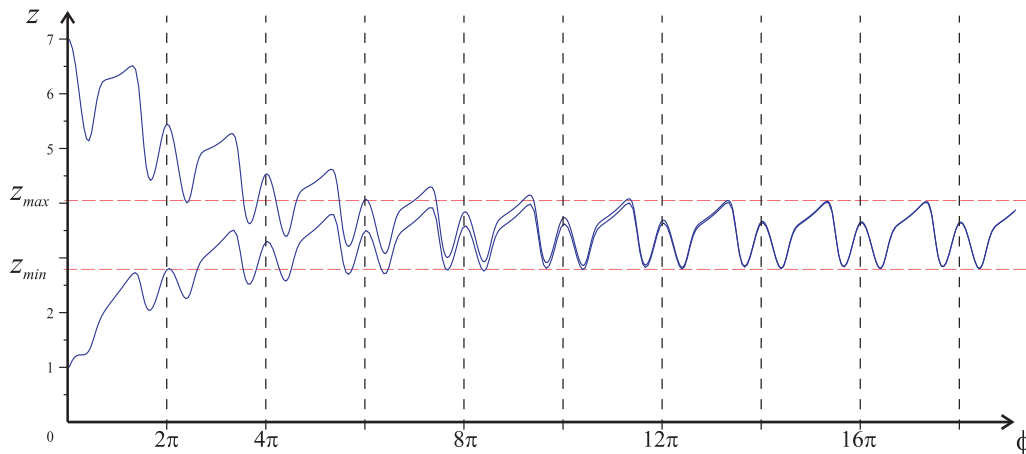


Рис. 2. Пример двух траекторий на плоскости переменных $\{\phi, z\}$ с различными начальными условиями при значениях параметров: $a = 0.8, k_1 = 0.2, k_2 = 0.3, \mu = 1, M = 1$

Итак, из рис. 2 и 3 видим, что траектории системы с различными начальными условиями стремятся к одной и той же предельной периодической траектории. Данная траектория будет 2π -периодической по ϕ , а период по времени зависит от параметров системы и при исследованиях определялся численно.

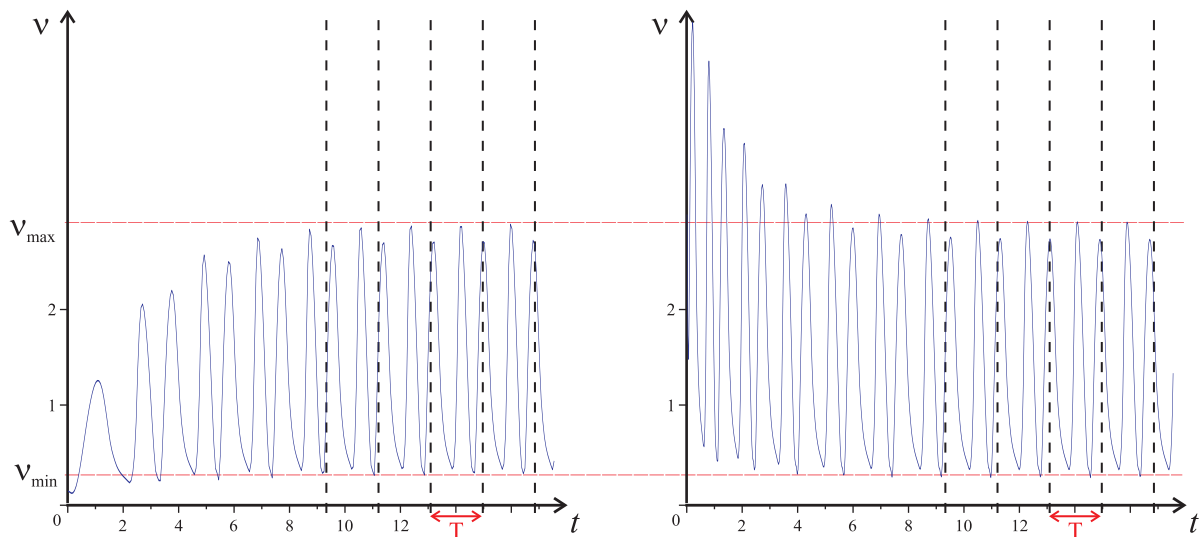


Рис. 3. Пример двух решений на плоскости $\{t, \nu\}$ с различными начальными условиями при значениях параметров: $a = 0.8, k_1 = 0.2, k_2 = 0.3, \mu = 1, M = 1$

8. Влияние параметров на периодическое решение

Для практических приложений существенной характеристикой является среднее значение скорости корпуса устройства на установившемся движении. Исследуем (путем численного интегрирования) влияние параметров μ , M на среднее значение величины ν по времени на периодической траектории системы (5.1).

Для этого зафиксируем остальные параметры: $a = 0.8$, $k_1 = 0.2$, $k_2 = 0.3$ и рассмотрим зависимость средних значений ν от значений безразмерного момента двигателя M при различных значениях параметра μ . Численно было выявлено, что эта зависимость близка к параболической. На рис. 4 точками разной формы показаны результаты численного определения среднего значения ν , обозначенного далее $\langle \nu \rangle$, в зависимости от M . Линиями показаны аппроксимирующие горизонтальные параболы: $M = 0.61\langle \nu \rangle^2$ для случая $\mu = 0.1$, $M = 0.5\langle \nu \rangle^2$ при $\mu = 1$, $M = 0.45\langle \nu \rangle^2$ при $\mu = 10$.

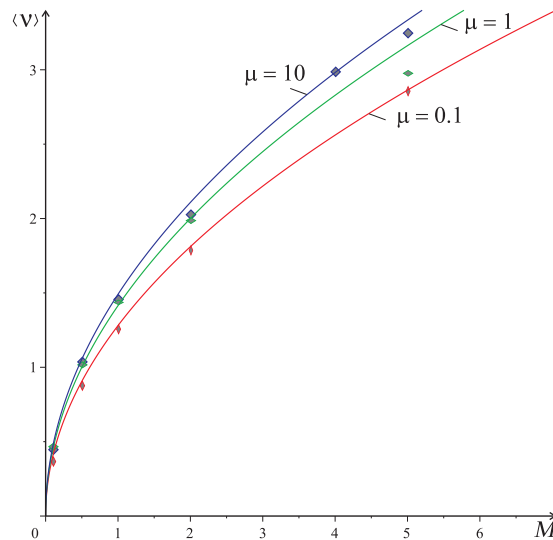


Рис. 4. Зависимость средней (по времени) безразмерной скорости корпуса от безразмерного момента на периодических траекториях. Параметры: $a = 0.8$, $k_1 = 0.2$, $k_2 = 0.3$

Выявлено, что зависимость средней скорости движения корпуса от управляющего момента имеет вид квадратного корня. Коэффициент в этой зависимости изменяется на несколько процентов при изменении параметра μ на 2 порядка.

Рассмотрим выражение для размерного момента:

$$\hat{M} = \frac{\rho S T^2 r^3}{2} M = \mu J_1 T^2 M. \quad (8.1)$$

Предположим, у нас есть два типа гребных пластин, площади которых отличаются в 100 раз, а остальные параметры (момент инерции) выбраны так, что для механизма с пластиной меньшей площади $\mu = 0.1$, а для механизма с большей площадью гребной пластины $\mu = 10$. Сравним два типа устройств: у одного обе гребные пластины малой площади, у другого большой. Предположим, что мы хотим реализовать установившееся движение, которое на рис. 4 соответствует точке $M = 1$ (здесь M — безразмерный

момент). Тогда средние скорости корпуса при установившемся движении с малыми гребными пластинами и с большими отличаются на несколько процентов (не на 2 порядка, как площади пластин). Однако, при этом размерные значения управляющего момента отличаются на 2 порядка, поскольку в формулу (8.1) для размерного момента входит множитель μ .

Таким образом, при малых размерах гребных пластин для достижения той же установившейся скорости корпуса требуется приложить значительно меньший управляющий момент. Данный результат частично связан с тем, что в данной модели мы не учитываем трение между элементами механизма, а также не учитываем сопротивление корпуса лодки. Можно сделать вывод, что на практике эффективно будет уменьшать площадь гребных пластин только до определенного предела.

9. Эксперимент

В НИИ механики МГУ был собран тестовый прототип лодки с гребным механизмом рассмотренного типа. Эксперименты с прототипом подтвердили, что лодка действительно перемещается за счет рассмотренного в задаче механизма. Были измерены значения средней скорости корпуса на установившемся движении в зависимости от напряжения на моторе (рис. 5). Зависимость близка к теоретической, но имеет место смещение кривой вправо по оси моментов, что может объясняться наличием значительного трения между деталями механизма, которое требуется преодолеть за счет управляющего момента, а также наличием силы лобового сопротивления, действующей на корпус лодки.

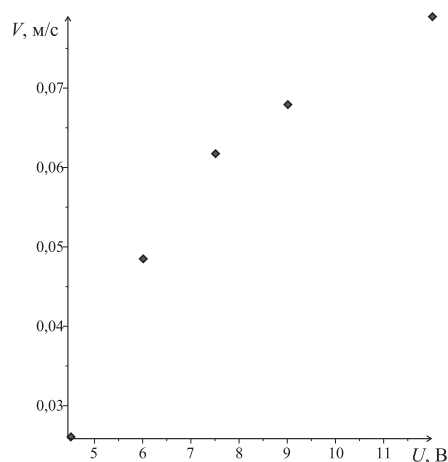


Рис. 5. Экспериментальная зависимость средней скорости движения корпуса от напряжения на моторе.

10. Заключение

В работе рассмотрена задача о движении системы, перемещающейся в среде при помощи гребного устройства, представляющего собой два кривошипно-шатунных механизма, несущих гребные пластины. Механизмы расположены симметрично относительно центральной оси корпуса устройства. Кривошипы приводятся во вращение мотором.

Составлены уравнения движения системы. При этом использована квазистатическая модель взаимодействия гребных пластин со средой. Проведено исследование установившихся движений механизма, проанализирована зависимость средней скорости корпуса на таких движениях от параметров модели, в частности от момента двигателя и от площади гребных пластин. Выявлено, что зависимость средней скорости корпуса от момента двигателя близка к функции квадратного корня. Показано, что средняя скорость корпуса на установившемся движении слабо чувствительна к изменению площади гребных пластин.

Проведены эксперименты с лабораторным макетом лодки, оснащенной рассмотренным гребным механизмом. Экспериментально подтверждено, что зависимость средней скорости корпуса на установившемся движении от напряжения на двигателе близка к функции квадратного корня.

Список цитируемых источников

1. *Досаев М.З., Кобрин А.И., Локшин Б.Я., Самсонов В.А., Семочукий Ю.Д.* Конструктивная теория МВЭУ. Учебное пособие. Части I-II // М.: Изд-во мех-мат ф-та МГУ, 2007.
M.Z. Dosaev, A.I. Kobrin, B.Ya. Lokshin, V.A. Samsnov, Yu.D. Selyutskiy (2007). Constructive theory of small-scale wind power generators. Parts I-II. (in Russian). Moscow: MSU publishing.
2. *Павлов К.Г.* Сравнительный анализ движителей типа машущее крыло и возможные области их применения // Морские интеллектуальные технологии, Санкт-Петербург, 4(26), т.1, 2014, стр. 50-54.
K.G. Pavlov (2014). Comparative analysis of props of a waving-wing type and possible domains of their applications (in Russian). Morskie tekhnologii, 1(4), 50-54.
3. *Табачников В.Г.* Стационарные характеристики крыльев на малых скоростях во всем диапазоне углов атаки // М. Труды ЦАГИ. Вып. 1621. 1974, стр. 79-93.
V.G. Tabachnikov (1974). Steady characteristics of wings for small values of speed for the whole range of angle of attack (in Russian). Trudy TSAGI, 1621, 79-93.
4. *L. Klimina, M. Dosaev, Yu. Selyutskiy, Sh.-Sh. Hwang, K.-H. Lin.* Asymptotic analysis of the model of a wind-power vehicle moving against the flow // Dynamical Systems. Mathematical and Numerical Approaches / J. Awrejcewicz, M. Kazmierczak, J. Mrozowski, P. Olejnik (Eds.). — Lodz, 2015. — P. 291-300.

Получена 08.09.2015