

**О.В. АНАШКИН, Т.В. ДОВЖИК, О.В. МИТЬКО. Устойчивость решений дифференциальных уравнений при наличии импульсных воздействий.**

УДК 517.925.51

О.В. АНАШКИН, Т.В. ДОВЖИК, О.В. МИТЬКО. Устойчивость решений дифференциальных уравнений при наличии импульсных воздействий (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 3–10.

Рассматривается задача об устойчивости нулевого решения нелинейной системы обыкновенных дифференциальных уравнений с импульсным воздействием в фиксированные моменты времени. Предполагается, что система линейного приближения устойчива, но не обеспечивает устойчивости полной системы. На основе прямого метода Ляпунова получены достаточные условия асимптотической устойчивости нулевого решения нелинейной системы. Приведен иллюстративный пример.

Ключевые слова: дифференциальные уравнения с импульсным воздействием, асимптотическая устойчивость, прямой метод Ляпунова.

УДК 517.925.51

О.В. АНАШКІН, Т.В. ДОВЖИК, О.В. МІТЬКО. Стійкість розв'язків диференціальних рівнянь при наявності імпульсних впливів (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 3–10.

Розглядається задача про стійкість нульового розв'язку нелінійної системи звичайних диференціальних рівнянь з імпульсним впливом у фіксовані моменти часу. Передбачається, що система лінійного наближення стійка, але не забезпечує стійкості повної системи. На основі прямого методу Ляпунова отримані достатні умови асимптотичної стійкості нульового розв'язку нелінійної системи. Наведено ілюстративний приклад.

Ключові слова: диференціальні рівняння з імпульсним впливом, асимптотична стійкість, прямий метод Ляпунова.

MSC 2010: 34A37, 34D20

O.V. ANASHKIN, T.V. DOVZHUK, O.V. MIT'KO. Stability of solutions of systems of differential equations with impulse effect (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 3–10 (2010).

The problem of stability of the zero solution of a nonlinear system of ordinary differential equations with impulse effect at fixed times is considered. It is assumed that the system of linear approximation is stable, but does not provide the stability of the complete system. Sufficient conditions for asymptotic stability of zero solution of the nonlinear system are obtained by Lyapunov's direct method. An illustrative example is given.

Keywords: differential equations with impulse effect, asymptotic stability, Lyapunov's direct method.

---

**Н.М. АНТОНЕНКО, И.Г. ВЕЛИЧКО. ДискООбразная щель на границе слоя и полупрОстранства.**

УДК 539.3

Н.М. АНТОНЕНКО, И.Г. ВЕЛИЧКО. ДискООбразная щель на границе слоя и полупрОстранства (украинский) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 11–22.

Исследуется упругая деформация конструкции, которая состоит из слоя и полупрОстранства, сцепленных между собой на всей границе за исключением круговой области. С помощью интегральных преобразований Ханкеля получено интегральные уравнения относительно перемещений точек верхнего берега щели. Рассматриваются случаи, когда берега щели свободны от напряжений и, когда раскрытия трещины пропорциональны напряжениям на ее берегах. Способ решения основан на использовании спектральных соотношений. Рассмотрено численные примеры. Исследовано влияние геометрических и упругих характеристик слоя на распределение нормальных напряжений и вертикальных перемещений точек верхнего берега щели.

Ключевые слова: щель, напряженно-деформированное состояние, осесимметричная деформация, интегральное уравнение.

УДК 539.3

Н.М. АНТОНЕНКО, І.Г. ВЕЛИЧКО. ДискООдібна щілина на межі шару та півпростору (українська) // *Динамические системы*, 2010. — Вип 28. — С. 11–22.

Досліджується пружна деформація конструкції, яка складається з шару та півпростору, які зчеплені між собою по всій межі за виключенням кругової області. За допомогою інтегральних перетворень Ханкеля отримано інтегральні рівняння відносно переміщень верхнього берега щілини. Розглядаються випадки, коли береги щілини вільні від навантажень та, коли розкриття щілини пропорційне нормальним напруженням на її берегах. Спосіб розв'язання рівнянь спирається на спектральні співвідношення. Розглянуто чисельні приклади. Досліджено вплив геометричних та пружних характеристик шару на розподіл нормальних напружень та вертикальних переміщень точок верхнього берега щілини

Ключові слова: щілина, напружено-деформований стан, осесиметрична деформація, інтегральне рівняння.

MSC 2010: 74A45

N.M. ANTONENKO, I.G. VELICHKO. Disk-shaped crack on the boundary of the layer and the semispace (Ukrainian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 11–22 (2010).

The elastic deformation of the structure, which consists of a layer and a semispace together on the entire boundary except for a circular area. The solution of the integral equations obtained with the help of Hankel integral transformation. The cases when the shores of the crack are free from loading, and when the disclosure of the crack are proportional to the normal stresses on its shores have been considered. The method of the solution uses the spectral correlations. The numerical examples have been considered. The influence of geometric and elastic characteristics of the layer on the distribution of normal stresses and vertical displacements of points of the upper edge of the crack have been researched.

Keywords: crack, stress-strained state, axisymmetric deformation, integral equation.

---

**Э.И. БАТЫР, Н.Д. КОПАЧЕВСКИЙ. Малые движения и нормальные колебания частично диссипативной гидромеханической системы из трех сочлененных гиростатов.**

УДК 517.9:532

Э.И. БАТЫР, Н.Д. КОПАЧЕВСКИЙ. Малые движения и нормальные колебания частично диссипативной гидромеханической системы из трех сочлененных гиростатов (русский) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 23–34.

В работе исследуется начально-краевая и спектральная задачи о малых колебаниях системы из трех тел. Система представляет собой цепь

последовательно соединенных твердых тел. Каждое из тел такой цепи является гириостатом. Формулируется теорема существования решений задачи Коши. Описываются свойства нормальных колебаний. Установлено асимптотическое поведение для ветви собственных значений. Получены утверждения о полноте и базисности системы корневых (собственных и присоединенных) элементов в пространстве Понтрягина  $P_6$ .

Ключевые слова: малые колебания, система трех сочлененных гириостатов, несжимаемая жидкость.

УДК 517.9:532

Е.І. БАТИР, М.Д. КОПАЧЕВСЬКИЙ. Малі рухи і нормальні коливання частково дисипативної гидромеханичної системи трьох зчленованих гіростатів (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 23–34.

У роботі досліджується початково-краєва та спектральна задачі про малі коливання системи з трьох тіл. Система являє собою ланцюг послідовно з'єднаних твердих тіл. Кожне тіло такого ланцюга є гіростат. Формулюється теорема існування розв'язків задачі Коші. Описуються властивості нормальних коливань. Встановлена асимптотична поведінка для гілки власних значень. Отримані загальні результати про повноту та базисність системи корневих (власних і приєднаних) елементів в просторі Понтрягина  $P_6$ .

Ключові слова: малі коливання, система трьох зчленованих гіростатів, нестислива рідина.

MSC 2010: 47N20

E.I. BATYR, N.D. KOPACHEVSKY. Small movements and normal oscillations of a partially dissipative hydrodynamic system of three connected gyrostates (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 23–34 (2010).

In this paper we consider an initial-boundary value and spectral problems on small movements of a system of three bodies. The system is a circuit of the consistently connected hard bodies. Each of the bodies of such circuit is a gyrostate. The existence theorem of solutions to the Cauchy problem is formulated. The properties of normal oscillations are described.

Keywords: small oscillations, system of three connected gyrostates, incompressible fluid.

---

**Е.П. БЕЛАН. Стационарные структуры в параболическом уравнении с преобразованием отражения пространственной переменной.**

УДК 517.9+530.1

Е.П. БЕЛАН. Стационарные структуры в параболическом уравнении с преобразованием отражения пространственной переменной (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 35–47.

Исследуется динамика стационарных структур в нелинейном оптическом резонаторе с преобразованием отражения в двумерной обратной связи. Математической моделью системы является скалярное параболическое уравнение с преобразованием отражения пространственной переменной и условиями Неймана на отрезке. Исследуется эволюция форм и устойчивость структур при уменьшении коэффициента диффузии. В работе используется метод центральных многообразий.

Ключевые слова: параболические уравнения, бифуркация, центральные многообразия, устойчивость.

УДК 517.9+530.1

Є.П. БЕЛАН. Стационарні структури у параболическому рівнянні з перетворенням відображення простору змінної (російська) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 35–47.

Досліджено динаміку стаціонарних структур у нелінійного оптичного резонатора з перетворенням відображення в двовірній оборотному зв'язку. Математичною моделлю системи є скалярне параболическе рівняння з відображенням простором аргументом та умовою Неймана на проміжку. Досліджено еволюцію форм та стійкість структур, коли коефіцієнт дифузії зменшується. В роботі використовується метод центральних многовидів.

Ключові слова: параболическі рівняння, біфуркація, стійкість, центральні многовиди.

MSC 2010: 37L10, 35Q60

E.P. BELAN. Stationary structures in parabolic equation with inversion transformer spatial argument (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 35–47 (2010).

The stationary structures in a nonlinear optical resonator with lateral inversions transformer in feedback are investigated. The mathematical description of optical structures is based on the scalar parabolic equation with inversion spatial argument

and Neumann's condition on the segment. We determine the forms of stationary structures and its stability. Special emphasis is devoted cases than the diffusion coefficient decreases. Here we apply center manifold method.

Keywords: parabolic equation, bifurcation, stability, center manifold.

---

**Т.А. БОЖАНОВА, П.И. КОГУТ. Об обобщенных решениях одной задачи векторной оптимизации на транспортных сетях.**

УДК 517.9

Т.А. БОЖАНОВА, П.И. КОГУТ. Об обобщенных решениях одной задачи векторной оптимизации на транспортных сетях (украинский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 48–62.

Рассмотрена задача векторной оптимизации транспортного потока на сети. Управляющими факторами выступают элементы матрицы распределения потоков в узлах сети. Качество управления оценивается целевым отображением с значениями в бесконечномерном нормированном пространстве. Привлекая идеологию регуляризации по Тихонову, введено понятие обобщенных решений такой задачи и предложен алгоритм их построения.

Ключевые слова: транспортный поток на сети, гидродинамическая модель, векторная оптимизация на сети, обобщенные решения.

УДК 517.9

Т.А. БОЖАНОВА, П.И. КОГУТ. Про узагальнені розв'язки однієї задачі векторної оптимізації на транспортних мережах (українська) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 48–62.

У даній роботі розглядається гідродинамічна модель для транспортного потоку на мережі. У припущенні, що такий потік є керованим процесом, ставиться задача його оптимізації у векторній формі. Розглянуто випадок, коли цільове відображення діє в лебегів простір та є напівнеперервним зверху на області визначення. Залучаючи ідеологію регуляризації за Тихоновим, введено поняття узагальненого розв'язку задачі векторної оптимізації на мережі. Використовуючи той факт, що множина ефективних розв'язків такої задачі є не порожньою та залучаючи процедуру скаляризації, доведено існування узагальнених розв'язків розглянутої задачі векторної оптимізації.

Ключові слова: транспортний потік на мережі, гідродинамічна модель, векторна оптимізація на мережі, узагальнені розв'язки.

MSC 2010: 46B40, 49J45, 90C29, 49N90, 76N15

P.I. KOGUT, T.A. BOZHANOVA. Generalized solutions to the vector optimization problem of traffic flow on networks (Ukrainian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 48–62 (2010).

We study traffic flow models for road networks in vector-valued optimization statement where the flow is controlled at the nodes of the network. We consider the case when an objective mapping possesses a weakened property of upper semicontinuity and make no assumptions on the interior of the ordering cone. We derive sufficient conditions for the existence of efficient controls of the traffic problem and discuss the scalarization approach to its solution. We also introduce the notion of the so-called generalized efficient solutions to the above problem and prove the existence result.

Keywords: traffic flow on networks, macroscopic model, vector optimization on network, generalized solutions.

---

**Т.А. ГУРИНА, И.А. ДОРОФЕЕВ. Существование гомоклинической бабочки в модели устойчивости средней фирмы.**

УДК 517.9

Т.А. ГУРИНА, И.А. ДОРОФЕЕВ. Существование гомоклинической бабочки в модели устойчивости средней фирмы (русский) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 63–68.

В системе дифференциальных уравнений Шаповалова, являющейся моделью устойчивости средней фирмы, найдены две гомоклинические траектории седло-узла (гомоклиническая бабочка), разрушение которых является важнейшей бифуркацией гомоклинического каскада, приводящего к образованию странного аттрактора. Несколькими преобразованиями система приводится к виду, в котором гомоклинической петле соответствует гетероклиническая траектория, а затем проверяются условия стыковки частей этой траектории, выходящих из различных особых точек со специальными начальными условиями. Приведены результаты доказательных вычислений при конкретных параметрах системы.

Ключевые слова: система Лоренца, система Шаповалова, седло-узел, гомоклинический контур, гомоклинический каскад бифуркаций, странный аттрактор, переход к динамическому хаосу.

УДК 517.9

Т.А. ГУРИНА, І.О. ДОРОФЕЕВ. Існування гомоклінічного метелика в моделі стійкості середньої фірми (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 63–68.

У системі диференціальних рівнянь Шаповалова, що є моделлю стійкості середньої фірми, знайдено дві гомоклінічні траєкторії сідло-вузла (гомоклінічний метелик), руйнування яких є найважливішою біфуркацією гомоклінічного каскаду, що приводить до утворення дивного аттрактора. Декількома перетвореннями система приводиться до вигляду, в якому гомоклінічеської петлі відповідає гетероклінічеська траєкторія, а потім перевіряються умови стикування частин цієї траєкторії, що виходять з різних особливих точок зі спеціальними початковими умовами. Наведено результати доказових обчислень при конкретні параметри системи.

Ключові слова: система Лоренца, система Шаповалова, сідло-вузол, гомоклінічний контур, гомоклінічний каскад біфуркацій, дивний аттрактор, перехід до динамічного хаосу.

MSC 2010: 37L10

T.A. GURINA, I.A. DOROFEEV. Existence of the homoclinic butterfly in the model of stability of the average firm (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 63–68 (2010).

In Shapovalov's system of differential equations, being a model of stability of the average firm, two homoclinic orbits of saddle-node point (the homoclinic butterfly) is found. A destruction of homoclinic orbits is the most important bifurcation in the homoclinic cascade which leads to appearance of the strange attractor. The system is reduced to the form in which a heteroclinic trajectory corresponds to the homoclinic loop. Then we verify the joining conditions of parts of this trajectory going out the various singular points with special initial conditions. The results of computations for the specific parameters of the system are given.

Keywords: Lorenz system, Shapovalov's system, saddle-node point, homoclinic contour, homoclinic cascade of bifurcations, strange attractor, transition to a dynamical chaos.

---

**А.А. КУШНАРЕВ. Построение конформного отображения.**

УДК 539.3



А.А. КУШНАРЕВ. Построение конформного отображения (английский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 69–80.

Конформное отображение применимо во многих отраслях науки, например, в механике жидкостей и газов, теории теплопроводности, электромагнетике, и т.д. В частности, конформное отображение, примененное в теории упругости, может дать наиболее простое и удобное решение. Но задача о нахождении конформного отображения для заданной области является сама по себе нетривиальной. Нами был использован численный метод для построения конформного отображения для решения задачи о кручении. Так же был рассмотрен метод бесконечных систем, для решения такой же задачи. Сравнение полученных результатов приведено в статье.

Ключевые слова: конформное отображение, численный метод, задача о кручении, бесконечные системы.

УДК 539.3

А.А. КУШНАРЬОВ. Побудова конформного відображення (англійська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 69–80.

Конформне відображення застосовується в багатьох галузях науки, наприклад, в механіці рідин і газів, теорії теплопровідності, електромагнетіке, і т.д. Зокрема, конформне відображення, застосоване в теорії пружності, може дати найбільш просте і зручне рішення. Але завдання про знаходження конформного відображення для заданої області є само по собі нетривіальним. Нами був використаний чисельний метод для побудови конформного відображення для вирішення задачі про крученні. Також було розглянуто метод нескінченних систем, для вирішення такої ж задачі. Порівняння отриманих результатів наведено в статті.

Ключові слова: конформне відображення, чисельний метод, задача про кручення, нескінченні системи.

MSC 2010: 4321

A. KUSHNAROV. Numerical method for conformal map building (English). Din. Sist., Simferopol' 28, 69–80 (2010).

Conformal map has application in a lot of areas of science, e.g., fluid flow, heat conduction, solidification, electromagnetic, etc. Especially conformal map applied to elasticity theory can provide most simple and useful solution. But finding of conformal map for custom domain is not trivial problem. We used a numerical method for building a conformal map to solve torsion problem. In addition it was

considered an infinite system method to solve the same problem. Results are compared.

Keywords: conformal map, numerical methods, torsion problem, infinite systems

---

**М.А. МУРАТОВ, Ю.С. ПАШКОВА, Б.А. РУБШТЕЙН. Порядковая сходимость в эргодических теоремах в пространствах Лоренца.**

УДК 517.98

М.А. МУРАТОВ, Ю.С. ПАШКОВА, Б.А. РУБШТЕЙН. Порядковая сходимость в эргодических теоремах в пространствах Лоренца (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 81–88.

В настоящей работе приводятся необходимые и достаточные условия порядковой сходимости чезаровских средних для абсолютных сжатий в пространствах Лоренца. Мы рассматриваем случай пространства с бесконечной мерой. Рассмотрение порядковой сходимости приводит как к доминантной, так и к индивидуальной эргодическим теоремам в пространствах  $\Lambda_{W,q}$  и  $L_{p,q}$ . При исследовании используется техника симметричных пространств измеримых функций на пространстве с бесконечной мерой и эргодичной теории.

Ключевые слова: эргодические теоремы, пространства Лоренца, порядковая сходимость.

УДК 517.98

М.А. МУРАТОВ, Ю.С. ПАШКОВА, Б.А. РУБШТЕЙН. Порядкова збіжність в ергодичних теоремах в просторах Лоренца (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 81–88.

У даній роботі наданні необхідні та достатні умови порядкової збіжності середніх Чезаро для абсолютних стисків в просторах Лоренца. Розглядаються простори з нескінченною мірою. Вивчення порядкової збіжності дозволяє довести доміную та індивідуальну ергодичні теореми в просторах  $\Lambda_{W,q}$  та  $L_{p,q}$ . При дослідженні використана техніка симетричних просторів вимірних функцій на просторах з нескінченною мірою і ергодичної теорії.

Ключові слова: ергодичні теореми, простори Лоренца, порядкова збіжність.

MSC 2010: 47A35, 46E10

M.A. MURATOV, J.S. PASHKOVA, B.A. RUBSHTEIN. Order ergodic theorems in Lorentz spaces (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 81–88 (2010).

In this work we study the order convergence of Cesáro averages in Lorentz spaces. We investigate the case when the considered measure is infinite. The problems of order convergence is connected with both dominated and individual ergodic theorems. In particular, the dominated and individual ergodic theorems for spaces  $\Lambda_{w,q}$  and  $L_{p,q}$  are obtained. The method's of the rearrangements invariant spaces and of ergodic theory are used.

Keywords: ergodic theorems, Lorentz spaces, order convergence.

---

**С.О. ПАПКОВ. Бесконечные системы линейных уравнений в случае первой основной граничной задачи для прямоугольной призмы.**

УДК 539.3

С.О. ПАПКОВ. Бесконечные системы линейных уравнений в случае первой основной граничной задачи для прямоугольной призмы (русский) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 89–98.

Получено решение первой основной граничной задачи для прямоугольной призмы. При помощи метода суперпозиции задача сводится к регулярной бесконечной системе линейных алгебраических уравнений. Обобщение закона асимптотических выражений Б.М. Кояловича дает возможность построить двучленную асимптотическую формулу для неизвестных системы

Ключевые слова: бесконечная система, асимптотика, прямоугольная призма

УДК 539.3

С.О. ПАПКОВ. Нескінченні системи лінійних алгебраїчних рівнянь у випадку першої основної граничної задачі для прямокутної призми (російська) // *Динамические системы*, 2010. — Вип 28. — С. 89–98.

Отримано розв'язок першої основної граничної задачі для прямокутної призми. За допомогою методу суперпозиції задача зводиться до регулярної нескінченної системи лінійних алгебраїчних рівнянь. Узагальнення закону асимптотичних виразів Б.М. Кояловича дає можливість побудувати двучленну асимптотичну формулу для невідомих в системі

Ключові слова: нескінченна система, асимптотика, прямокутна призма.

S.O. PAPKOV. Infinite systems of linear algebraic equations in the case of first boundary problem for rectangular prism (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 89–98 (2010).

Solution of the first boundary problem for rectangular prism is obtained. By using the superposition method this problem was reduced to a regular infinite system of linear algebraic equations. On the base of the new version sufficient conditions for the existence of a non zero limit of solutions two-term asymptotic formula for unknowns is made.

Keywords: infinite system, asymptotic, rectangular prism.

---

**В.Б. ПОПОВ. Экстремальная нумерация вершин гиперграфа и задача объектно-признаковой кластеризации.**

УДК 519.68 + 681.3

В.Б. ПОПОВ. Экстремальная нумерация вершин гиперграфа и задача объектно-признаковой кластеризации (русский) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 99–112.

Рассматривается одна из задач интеллектуального анализа данных (Data Mining) – проблема структурирования данных, полученных в результате обработки множества транзакций. В общем случае проблему можно сформулировать следующим образом. Какой порядок следует задать на множестве строк и столбцов матрицы транзакционных данных, для того чтобы выявить скрытые кластеры данных, обладающие общими признаками и свойствами? Эта проблема является актуальной в случае визуализации транзакционных данных и решения задачи объектно–признаковой кластеризации в различных предметных областях — анализ генетической информации, решение задач анализа интернет–данных (Web–mining), моделирование маркетинговых задач в экономике (Web–marketing) и др.

Ключевые слова: интеллектуальный анализ данных, проблема визуализации данных, объектно-признаковая кластеризация, бикластер, гиперграф, вложение гиперграфа в целочисленную решетку, экстремальная нумерация вершин.

УДК 519.68 + 681.3

В.Б. ПОПОВ. Екстремальна нумерація вершин гіперграфа та проблема об'єктно-признакової кластеризації (російська) // *Динамические системы*, 2010. — Вип 28. — С. 99–112.

Розглядається одна із задач інтелектуального аналізу даних (Data Mining) - проблема структурування даних, отриманих у результаті обробки множини транзакцій. У загальному випадку проблему можна сформулювати в такий спосіб. Який порядок слід задати для рядків і стовпців матриці транзакційних даних, для того щоб виявити сховані кластери даних, що володіють загальними ознаками та властивостями? Це є дуже актуальним для аналізу й розв'язку проблеми візуалізації даних, для розв'язку задачі об'єктно-признакової кластеризації в таких предметних областях, як аналіз генетичної інформації, розв'язок завдань аналізу інтернет-даних (Web-mining), розв'язок маркетингових завдань в економіці (Web-marketing) та ін.

Ключові слова: інтелектуальний аналіз даних, проблема візуалізації даних, об'єктно-признакова кластеризація, бікластер, гіперграф, вкладення гіперграфа в целочисленну решітку, екстремальна нумерація вершин.

MSC 2010: 05C30, 90C35, 90C47, 90C27

V.B. POPOV. Extreme enumeration of the hypergraph vertex and the box clusterization problem. (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 99–112 (2010).

One of the tasks of intellectual data analysis (Data Mining) - problem of data structure, got as a result of treatment of great number transactions. In general case a problem can be formulated in following way. What order should be used to set the lines and columns of matrix data transaction, to show the hidden clusters of data, possessing general features? This task is very urgent for an analysis and determination of the data visualization problem, for the task solution of bi-clusterization in such data domain as an analysis of genetic information, solving the problem of data internet analysis (Web - mining) and marketing tasks in the economy (Web - marketing) etc.

Keywords: Data Mining, visual data mining problem, biclustering, biclaster, hypergraph, grid embeddings hypergraph, extreme enumeration of vertex.

---

**Е.В. СЕМЕНОВА. Метод неподвижной точки для регуляризации Лаврентьева при решении нелинейных некорректных задач.**

УДК 519.642

Е.В. СЕМЕНОВА. Метод неподвижной точки для регуляризации Лаврентьева при решении нелинейных некорректных задач (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 113–122.

В статье исследуется подход к решению нелинейных некорректных задач с монотонным оператором, состоящий в комбинации метода Лаврентьева, метода

неподвижной точки и принципа равновесия для поиска параметра регуляризации. Доказана оптимальность указанного подхода без строгого предположения о гладкостных свойствах оператора. Исследованы свойства метода неподвижной точки в условиях поставленной задачи.

Ключевые слова: регуляризация Лаврентьева, метод неподвижной точки, принцип равновесия, монотонный оператор.

УДК 519.642

Є.В. СЕМЕНОВА. Метод нерухомої точки для регуляризації Лаврент'єва при розв'язуванні нелінійних некоректних задач (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 113–122.

В статті досліджується підхід до розв'язання нелінійних некоректних задач з монотонним оператором, який полягає у комбінації методу Лаврент'єва, методу нерухомої точки та принципу рівноваги для пошуку параметру регуляризації. Доказано оптимальність вказаного підходу без накладання строгих умов щодо гладкісних властивостей оператору. Досліджені властивості методу нерухомої точки в умовах поставленої задачі.

Ключові слова: регуляризація Лаврент'єва, метод нерухомої точки, принцип рівноваги, монотонний оператор.

MSC 2010: 47J06, 65R20

E.V. SEMENOVA. Fixed-point iteration method for Lavrentiev regularization in solving nonlinear ill-posed problems (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 113–122 (2010).

In this paper the approach for solving nonlinear ill-posed problems with monotone operator is investigated. The approach combines Lavrentiev method, fixed-point method and balancing principle for the choice of regularization parameter. The optimality of proposed approach is proved without a strict assumptions about the smoothness properties of operator. The properties of fixed-point method in the framework of considered problem are investigated.

Keywords: Lavrentiev regularization, Fixed-point iteration method, balancing principle, monotone operator.

---

**В.И. ЧИЛИН, К.К. МУМИНОВ. Критерий вполне приводимости непрерывных представлений групповых алгебр.**

УДК 517.98

В.И. ЧИЛИН, К.К. МУМИНОВ. Критерий вполне приводимости непрерывных представлений групповых алгебр (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 123–132.

В работе рассматривается вопрос о сохранении свойства вполне неприводимости непрерывных невырожденных представлений групповой алгебры в произвольных банаховых пространствах. Доказывается, что каждое несингулярное непрерывное представление групповой алгебры  $L^1(G)$  в банаховом пространстве является вполне приводимым тогда и только тогда, когда  $G$  — компактная группа. Показывается, что свойство вполне неприводимости представления для таких алгебр эквивалентно существованию у собственного функционала для этого представления собственного элемента, на котором этот функционал не равен нулю.

Ключевые слова: локально компактная группа, групповая алгебра, непрерывное представление.

УДК 517.98

В.И. ЧИЛИН, К.К. МУМИНОВ. Критерій цілком приводимости безперервних уявлень групових алгебр (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 123–132.

У роботі розглядається питання про збереження властивості цілком неприводимости безперервних невідроджених зображень груповий алгебри в довільних банахових просторах. Доказується, що кожне несінгулярне безперервне зображення груповий алгебри  $L^1(G)$  в банаховому просторі є цілком приводиме тоді і тільки тоді, коли  $G$  - компактна група. Показується, що властивість цілком неприводимого подання для таких алгебр еквівалентно існування у власного функціоналу для цього зображення власного елемента, на якому цей функціонал не дорівнює нулю.

Ключові слова: локально компактна група, групова алгебра, безперервне зображення.

MSC 2010: 22D12, 22G20, 46H15

V.I. CHILIN, K.K. MUMINOV. The Criterion of Completely Reducibility for Continuous Representations of Group Algebras. (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 123–132 (2010).

The paper addresses the issue of maintaining the properties of completely nonsingular irreducible continuous representations group algebra in arbitrary Banach spaces. We prove that every nonsingular continuous representation of the group algebra  $L^1(G)$  in Banach space is completely reducible if and only if  $G$  is a compact group. It is shown that the property of complete irreducibility of such algebras representation is equivalent to the existence of own functional for this representation his own element, where this functional is not zero.

Keywords: locally compact group, group algebra, continuous representation.

---

**С.М. ЧУЙКО, АН.С. ЧУЙКО. О приближенном решении периодических краевых задач с запаздыванием методом наименьших квадратов.**

УДК 517.9

С.М. ЧУЙКО, АН.С. ЧУЙКО. О приближенном решении периодических краевых задач с запаздыванием методом наименьших квадратов (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 133–140.

Для построения приближений к решению слабонелинейной периодической краевой задачи для системы дифференциальных уравнений с запаздыванием предложена гибридная итерационная техника, сочетающая достоинства метода простых итераций и метода наименьших квадратов. Эффективность предложенной техники продемонстрирована на примере анализа периодической задачи для уравнения типа Дюффинга с запаздыванием.

Ключевые слова: периодическая краевая задача с запаздыванием, метод наименьших квадратов, матрица Грама, итерационная схема.

УДК 517.9

С.М. ЧУЙКО, АН.С. ЧУЙКО. Про наближень розв'язок періодичних крайових задач із запізненням методом найменших квадратів (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 133–140.

Використовуючи метод найменших квадратів, побудовано нову ітераційну техніку для знаходження розв'язків слабконелінійної періодичної крайової задачі для системи диференціальних рівнянь з запізненням у вигляді розвинення в узагальнений поліном Фур'є в околі породжуючого розв'язку. Ефективність запропонованої техніки продемонстрована на прикладі аналізу для рівняння типу Дюффінга з запізненням.

Ключові слова: періодична крайова задача із запізненням, метод найменших квадратів, матриця Грама, ітераційна схема.



MSC 2010: 34B15, 34A45

S.M. CHUIKO, AN.S. CHUIKO. About an approximation solution of periodic boundary-value problem with delay built according to the least-squares method (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 133–140 (2010).

We construct a new iteration algorithm for the construction of solution of weakly nonlinear periodic boundary value problem for a system of differential equations with delay. Using the least squares method we expand solution of periodic boundary value problem in the neighborhood of the generating solution in generalized Fourier polynomial. Efficiency of the offered technique is shown on the example of analysis for periodic problems for Duffing equation with delay.

Keywords: periodic boundary-value problem with delay, least-squares method, Gram matrix, iterative scheme.

---

**Т.В. ШОВКОПЛЯС. Достаточные условия бифуркации решения импульсной краевой задачи с возмущением.**

УДК 517.9

Т.В. ШОВКОПЛЯС. Достаточные условия бифуркации решения импульсной краевой задачи с возмущением (украинский) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 141–152.

Рассматривается линейная неоднородная импульсная краевая задача с возмущением для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка, которая не всегда разрешима. Рассматриваемая краевая задача имеет порождающую импульсную краевую задачу, которая не имеет решений при произвольных неоднородностях, а это значит, что для нее выполняется критический случай. Определены достаточные условия, при выполнении которых рассматриваемая линейная неоднородная импульсная краевая задача с возмущением является разрешимой, а также найдены условия, при которых происходит бифуркация ее решения. Найдено решение рассматриваемой задачи.

Ключевые слова: линейная неоднородная импульсная краевая задача с возмущением, порождающая импульсная краевая задача, критерий разрешимости, критический случай, возмущение, бифуркация.

УДК 517.9

Т.В. ШОВКОПЛЯС. Достатні умови біфуркації розв'язку імпульсної крайової задачі зі збуренням (українська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 141–152.

Розглядається лінійна неоднорідна імпульсна крайова задача зі збуренням для системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку, яка не завжди є розв'язною. Розглядувана крайова задача має породжуючу імпульсну крайову задачу, яка не має розв'язків при довільних неоднорідностях, а це означає, що для неї виконується критичний випадок. Встановлено достатні умови, при виконанні яких розглядувана лінійна неоднорідна імпульсна крайова задача зі збуренням є розв'язною, а, також, знайдено умови, при яких відбувається біфуркація її розв'язку. Знайдено розв'язок розглядуваної задачі.

Ключові слова: лінійна неоднорідна імпульсна крайова задача зі збуренням, породжуюча імпульсна крайова задача, критерій розв'язності, критичний випадок, збурення, біфуркація.

MSC 2010: 34B37

T.V. SHOVKOPLYAS. Sufficient conditions for bifurcation of solution of impulsive boundary value problem with perturbation (Ukrainian). Din. Sist., Simferopol' 28, 141–152 (2010).

We consider the linear non-homogeneous impulsive boundary value problem with perturbation for the system of ordinary differential equations of the second order. The problem is supposed to be not always solvable. It is generated by the impulsive boundary value problem which has no solutions under arbitrary heterogeneity. It means that the critical case is fulfilled. Sufficient conditions for solvability of the studied linear non-homogeneous problem are obtained. The conditions for bifurcation of the solution is found as well. The solution of the problem is found.

Keywords: linear non-uniform impulsive boundary-value problem with perturbation, generating impulsive boundary-value problem, criterion of solvability, critical case, perturbation, bifurcation.

---

**А.С. БОНДАРЕНКО, И.В. КОЗИН. Отыскание множеств альтернатив многокритериальной задачи теории расписаний при помощи эволюционного алгоритма.**

УДК 519.8

А.С. БОНДАРЕНКО, И.В. КОЗИН. Отыскание множеств альтернатив многокритериальной задачи теории расписаний при помощи эволюционного алгоритма (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 153–161.

Рассматривается  $\square\square$ -трудная двухкритериальная задача о выполнении работ на параллельных идентичных машинах. В качестве критериев берутся критерий числа машин и критерий длины расписания. Предложен гибридный метод поиска оптимального решения для данной задачи. Получены теоретические оценки области применимости предложенного метода. Проведено сравнение характеристик этого метода с аналогичными характеристиками метода случайного поиска.

Ключевые слова: многокритериальная оптимизация, теория расписаний, эволюционный алгоритм.

УДК 519.8

О.С. БОНДАРЕНКО, І.В. КОЗІН. Знаходження множин альтернатив багатокритеріальної задачі теорії розкладів за допомогою еволюційного алгоритму (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 153–161.

Розглядається  $\square\square$ -важка двокритеріальна задача про виконання робіт на паралельних ідентичних машинах. У якості критеріїв беруться критерій числа машин та критерій довжини розкладу. Запропоновано гібридний метод пошуку оптимального розв'язку для даної задачі. Отримані теоретичні оцінки області застосуваності запропонованого методу. Проведено порівняння характеристик цього методу з аналогічними характеристиками методу випадкового пошуку.

Ключові слова: багатокритеріальна оптимізація, теорія розкладів, еволюційний алгоритм.

MSC 2010: 68W20

O.S. BONDARENKO, I.V. KOZIN. Finding sets of alternatives for a multicriteria scheduling problem by an evolutionary algorithm (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 153–161 (2010).

$\square\square$ -hard bicriteria problem of job processing on parallel identical machines is tackled. As criteria machines' number and the makespan are taken. A hybrid method of optimal solution search for the considered problem is proposed. Theoretical estimates of applicability area for the proposed method are obtained. The comparison test of this method with the random search one is conducted.

Keywords: multicriteria optimization, scheduling, evolutionary algorithm.

---

**В.П. ОЛЬШАНСКИЙ, С.В. ОЛЬШАНСКИЙ. Динамика неоднородного слоя зерна на плоском виброрешете.**

УДК 532:631.362

В.П. ОЛЬШАНСКИЙ, С.В. ОЛЬШАНСКИЙ. Динамика неоднородного слоя зерна на плоском виброрешете (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 162–170.

В функциях Кельвина получено решение краевой задачи о колебаниях скорости виброоживленного неоднородного слоя, когда его вязкость является степенной функцией координаты, перпендикулярной скорости потока смеси. Источником изменений скорости потока во времени служат продольные колебания наклонного виброрешета в его плоскости.

Ключевые слова: наклонное виброрешето, колебания скорости, коэффициент вибровязкости, специальные функции.

УДК 532:631.362

В.П. ОЛЬШАНСЬКИЙ, С.В. ОЛЬШАНСЬКИЙ. Динаміка неоднорідного шару зерна на плоскому віброрешеті (російська) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 162–170.

У функціях Кельвіна отримано розв'язок граничної задачі про коливання швидкості вібророзрідженого неоднорідного шару, коли його в'язкість є степенною функцією координати, яка перпендикулярна швидкості потоку суміші. Основою зміни швидкості потоку в часі є вздовжні коливання нахиленого віброрешета в його площині.

Ключові слова: нахилене віброрешето, коливання швидкості, коефіцієнт вібров'язкості, спеціальні функції.

MSC 2010: 76D99

V.P. OLSHANSKII, S.V. OLSHANSKII. Dynamics of a non-uniform layer of a grain on flat vibrosieve (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 162–170 (2010).

In Kelvin functions the decision of a regional problem about fluctuations of speed vibroliquefaction of a non-uniform layer is received, when it viscosity is sedate

function of coordinate, perpendicular velocity of a flow of a mix. Source of changes of velocity of a flow in time the longitudinal fluctuations inclined vibrosieve in it serve planes.

Keywords: inclined vibrosieve, fluctuations of velocity, factor of vibroviscosity, special functions.

---

**С.Р. АМБАРЦУМЯН. Метод функций Ляпунова в теории устойчивости по действующей силе в критическом случае  $k$  нулевых и  $q$  пар чисто мнимых корней.**

УДК 531.36

С.Р. АМБАРЦУМЯН. Метод функций Ляпунова в теории устойчивости по действующей силе в критическом случае  $k$  нулевых и  $q$  пар чисто мнимых корней (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 171–176.

Исследуется задача устойчивости по действующей силе системы нелинейных дифференциальных уравнений в одном критическом случае, когда характеристическое уравнение соответствующего линейного приближения системы имеет  $k$  нулевых и  $q$  пар чисто мнимых корней. Получены достаточные условия, при которых тривиальное решение рассматриваемой системы будет устойчивым по действующей силе.

Ключевые слова: устойчивость, критический случай, функция Ляпунова.

УДК 531.36

С.Р. АМБАРЦУМЯН. Метод функцій Ляпунова в теорії стійкості відносно діючої сили в критичному випадку  $k$  нульових і  $q$  пар чисто уявних коренів (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 171–176.

Досліджується задача стійкості відносно діючої сили системи нелінійних диференціальних рівнянь в одному критичному випадку, коли характеристичне рівняння відповідного лінійного наближення системи має  $k$  нульових і  $q$  пар чисто уявних коренів. Отримано достатні умови, при яких тривіальне рішення розглянутої системи буде стійким відносно діючої сили.

Ключові слова: стійкість, критичний випадок, функція Ляпунова.

MSC 2010: 34D20, 93D20

S.R. HAMBARDZUMYAN. Lyapunov's functions method in the stability theory with respect to an acting force in the critical case of  $k$  zero roots and  $q$  pairs of the imaginary roots (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 171–176 (2010).

We investigate the problem of stability with respect to acting force of the system of nonlinear differential equations in the critical case when the characteristic equation corresponding to the linear approximation of the system has  $k$  zero roots and  $q$  pairs imaginary roots. We obtain sufficient conditions for stability of the trivial solution with respect to acting force.

Keywords: stability, critical case, Lyapunov function.

---

**Г.Н. ЯКОВЕНКО. Первые интегралы — следствие однопараметрического семейства симметрий уравнений Лагранжа.**

УДК 517.91.1

Г.Н. ЯКОВЕНКО. Первые интегралы — следствие однопараметрического семейства симметрий уравнений Лагранжа (русский) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 177–182.

Для вычисления первого интеграла по теореме Эмми Нётер требуется, чтобы уравнения Лагранжа допускали однопараметрическую группу вариационных симметрий. Первый интеграл порождается инфинитезималью: коэффициентами при первой степени в разложении уравнений группы по параметру. Изучается случай, когда уравнения Лагранжа допускают однопараметрическое семейство (не обязательно группу) вариационных симметрий. В этом случае порождается однопараметрическое семейство первых интегралов. В приведённом примере семейство содержит семь функционально независимых первых интегралов.

Ключевые слова: уравнения Лагранжа, вариационные симметрии, первый интеграл.

УДК 517.91.1

Г.М. ЯКОВЕНКО. Симетрії рівнянь Лагранжа. Сім перших інтегралів — наслідок однопараметричного сімейства симетрій рівнянь Лагранжа. (російська) // *Динамические системы*, 2010. — Вып 28. — С. 177–182.

Вивчається випадок, коли рівняння Лагранжа допускають однопараметричне сімейство (не обов'язково групу) варіаційних симетрій. У цьому випадку породжується однопараметричне сімейство перших інтегралів. У наведеному прикладі сімейство містить сім функціонально незалежних перших інтегралів.

Ключові слова: рівняння Лагранжа, варіаційні симетрії, перший інтеграл.

MSC 2010: 34A26

G.N. YAKOVENKO. First integrals — a result of one-parameter family of symmetries of the Lagrange equations. (Russian). Din. Sist., Simferopol' 28, 177–182 (2010).

To compute the first integral by theorem of Emmy Noether we need that the Lagrange equations admit one-parameter group of the variational symmetries. The first integral is generated by coefficients at the first degree in the expansion of the equations of the group on the parameter. We study the case when Lagrange equations admit a one-parameter family (not necessarily a group) of variational symmetries. In this case, the one-parameter family of first integrals is generated. In considered example, the family contains seven functionally independent first integrals.

Keywords: Lagrange equations, variational symmetries, first integral.

---

**А.Р. СНИЦЕР. Дифракция Фраунгофера от цилиндрического источника упругих волн.**

УДК 539.3

А.Р. СНИЦЕР. Дифракция Фраунгофера от цилиндрического источника упругих волн (русский) // Динамические системы, 2010. — Вып 28. — С. 183–187.

В статье, на основе аналитического решения задачи излучения, приведены результаты расчетов дальнего поля радиальных перемещений, вызванных цилиндрическим источником упругих волн. Показано, что волновое поле в дальней зоне совпадает с дифракционной картиной источника плоских волн, определяемой теорией дифракции Фраунгофера.

Ключевые слова: цилиндрический излучатель, упругие волны, диаграмма направленности, дифракция Фраунгофера, дифракционная картина

УДК 539.3

А.Р. СНИЦЕР. Дифракція Фраунгофера від циліндричного джерела пружних хвиль (російська) // Динамические системы, 2010. — Вип 28. — С. 183–187.

У статті, на основі аналітичного рішення задачі випромінювання, приведені результати розрахунків далекого поля радіальних переміщень, викликаних циліндричним джерелом пружних хвиль. Показано, що хвильове поле в далекій зоні збігається з дифракційною картиною джерела плоских хвиль, обумовленою теорією дифракції Фраунгофера.

Ключові слова: циліндричний випромінювач, пружні хвилі, діаграма спрямованості, дифракція Фраунгофера, дифракційна картина.

MSC 2010: 74J99, 74H15, 74H45

A.R. SNITSER. Fraunhofer's diffraction caused by the cylindrical source of the elastic waves (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 28, 183–187 (2010).

The article contains the results of calculations of the far-field of the radial displacements caused by the cylindrical source of the elastic waves, on the basis of the analytical decision of the radiation problem. They show that far wave field coincides with diffraction picture of the source of the plane waves, which corresponds to the Fraunhofer's Diffraction Theory.

Keywords: cylindrical radiator, elastic waves, orientation diagram, Fraunhofer's diffraction, diffraction picture.