

## Рефераты

---

**Е.П. БЕЛАН, О.В. ШИЯН. Автоколебательные режимы горения вдоль полосы.**

УДК 517.9+530.1

Е.П. БЕЛАН, О.В. ШИЯН. Автоколебательные режимы горения вдоль полосы (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 3–16.

Для распределенной автоколебательной системы, состоящей из диффузионно-связанных осцилляторов Ван-дер-Поля и описывающей движение фронта горения, построены и исследованы на устойчивость периодические по времени пространственно неоднородные решения на отрезке с изолированными краями. Эти решения описывают режим распространения автоколебаний вдоль полосы и возникают при потере устойчивости пространственно однородного режима автоколебаний. Рассмотрены также вопросы о форме и устойчивости этих решений при углублении в область надкритичности.

Ключевые слова: горение, бифуркация, периодические решения, автомодельные циклы, орбитальная устойчивость, параболические уравнения.

УДК 517.9+530.1

Є. П. БЄЛАН, О. В. ШИЯН. Автоколивальні режими горіння вздовж смуги (російська) // Динамические системы, 2009. — Вип 27. — С. 3–16.

Для розподіленої автоколивальної системи дифузійно- зв'язаних осциляторів Ван-дер-Поля, яка описує рух фронту горіння, побудовано та досліджено на стійкість періодичні за часом просторово неоднорідні розв'язки на відрітку з ізольованими краями. Ці розв'язки описують режими розповсюдження автоколивань вздовж полоси та виникають під час втрати стійкості просторово однорідного режиму автоколивань. Розглянуто питання про форму та стійкість цих розв'язків під час заглиблення в область надкритичності.

Ключові слова: горіння, бифуркация, періодичні розв'язки, автомодельні цикли, орбитальна стійкість, параболическі рівняння.

MSC 2010: 37L10, 35Q60

E. P. BELAN, O. W. SHIYAN. Auto-oscillating regimes combustion on the strip (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 3–16 (2009).

We consider the auto-oscillating system of connected diffusionally Van-der-Pole oscillators. This system describe the front movement of the combustion on the segment with isolated edges. We construct and investigate the stability of periodic spatially inhomogeneous solutions that bifurcate from the losing stability of spatially homogeneous periodic solution. We investigate problems of the form and the stability of this periodic solution in the deeply supercritical domain.

Keywords: combustion, bifurcation, periodic solutions, orbital stability, auto-model circles, parabolic equation

---

**И.Д. БРЕСЛАВСКИЙ, К.В. АВРАМОВ. Колебания геометрически нелинейных пологих оболочек переменной толщины, заземленных по части контура.**

УДК 539.3

И.Д. БРЕСЛАВСКИЙ, К.В. АВРАМОВ. Колебания геометрически нелинейных пологих оболочек переменной толщины, заземленных по части контура (русский) // *Динамические системы*, 2009. — Вып 27. — С. 17–29.

Предложена методика расчета свободных нелинейных колебаний пологих оболочек сложной формы, заземленных по части контура. Методика основана на совместном использовании нелинейных нормальных форм Шоу-Пьера и метода гармонического баланса. Проведен расчет для лопасти гидротурбины, полученные данные сравниваются с экспериментальными. Представлены амплитудно-частотные характеристики свободных колебаний пологой оболочки.

Ключевые слова: пологие оболочки, нелинейные колебания, нормальные формы, лопасти гидротурбин.

УДК 539.3

І.Д. БРЕСЛАВСЬКИЙ, К.В. АВРАМОВ. Коливання геометрично нелінійних пологих оболонок змінної товщини, що затиснуті по частині контура (російська) // *Динамические системы*, 2009. — Вип 27. — С. 17–29.

Запропоновано методику розрахунку вільних нелінійних коливань положистих оболонок складної форми, що жорстко закріплені на частині контуру. Методика базується на спільному застосуванні нелінійних нормальних форм Шоу-Пьера та методу гармонічного балансу. Проведено розрахунок для лопаті гідротурбини, отримані результати порівняно з експериментальними. Наведено амплитудно-частотні характеристики вільних коливань положистої оболонки.

Ключові слова: пологі оболонки, нелінійні коливання, нормальні форми, лопасті гідротурбин

MSC 2010: 74H45

I.D. BRESLAVSKY, K.V. AVRAMOV. Oscillations of the geometrically nonlinear shallow shells with variable thickness, with partly clamped boundaries (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 27, 17–29 (2009).

The shallow shells with partly clamped boundaries are studied. The method of analysis of the free nonlinear oscillations of such shells is introduced. The method is based on combination of the Shaw-Pierre nonlinear normal modes and the harmonic balance method. The analytical results for the blade of hydraulic turbine are compared with the experimental ones. The frequency responses of free vibrations are presented.

Keywords: shallow shells, nonlinear oscillations, normal modes, hydroturbine blades

---

**М.В. ЗАВОДОВСКИЙ. Рост обобщенных алгебр Темперли-Либа, связанных с графами Кокстера (три проектора).**

УДК 517.4

М.В. ЗАВОДОВСКИЙ. Рост обобщенных алгебр Темперли-Либа, связанных с графами Кокстера (три проектора) (русский) // *Динамические системы*, 2009. — Вып 27. — С. 31–40.

В данной статье изучается рост обобщенных алгебр Темперли-Либа, связанных с графами Кокстера, порожденных тремя проекторами. Приведена полная классификация обобщенных алгебр Темперли-Либа, связанных с графами Кокстера, порожденных тремя проекторами: конечномерные алгебры, алгебры полиномиального роста и алгебры экспоненциального роста.

Ключевые слова: алгебра, рост алгебры, алгебра Темперли-Либа.

УДК 517.4

М.В. ЗАВОДОВСЬКИЙ. Ріст узагальнених алгебр Темперлі-Ліба, зв'язаних з графами Кокстера (три проектора) (російська) // *Динамические системы*, 2009. — Вып 27. — С. 31–40.

В статті вивчається ріст узагальнених алгебр Темперлі-Ліба, зв'язаних з графами Кокстера, породжених трьома проекторами. Наведена повна класифікація узагальнених алгебр Темперлі-Ліба, зв'язаних з графами Кокстера, породжених трьома проекторами: скінченновимірні алгебри, алгебри поліноміального росту та алгебри експоненційного росту.

Ключові слова: алгебра, ріст алгебри, алгебра Темперлі-Ліба.

MSC 2010: 16G20, 47A62

M.V. ZAVODOVSKY. The growth of generalized Temperley-Lieb algebras associated with Coxeter graphs (three projectors) (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 27, 31–40 (2009).

In this article we study the generalized Temperley-Lieb algebras associated with Coxeter graphs generated by three projectors. We give the complete classification of generalized Temperley-Lieb algebras associated with Coxeter graphs generated by three projectors: finite dimensional algebras, algebras with polynomial growth and algebras with exponential growth.

Keywords: algebra, algebra's growth, Temperley-Lieb algebra.

---

**И.И. КАРПЕНКО, Д.Л. ТЫШКЕВИЧ. Каноническая форма кососамосопряженного оператора в кватернионном бимодуле.**

УДК 517.983

И.И. КАРПЕНКО, Д.Л. ТЫШКЕВИЧ. Каноническая форма кососамосопряженного оператора в кватернионном бимодуле (русский) // *Динамические системы*, 2009. — Вып 27. — С. 41–50.

В настоящей работе строится модель кососамосопряженного оператора с простым спектром, действующего в гильбертовом кватернионном бимодуле. Полученный результат основывается на теореме о спектральном представлении кососамосопряжённого оператора по его спектральной мере. Функциональная модель позволяет решить проблему унитарного подобия кососамосопряженного оператора из данного класса оператору левого умножения на независимую переменную в соответствующем функциональном бимодуле.

Ключевые слова: тело кватернионов, гильбертов кватернионный бимодуль, кососамосопряженный оператор, спектральная мера.

УДК 517.983

І.І. КАРПЕНКО, Д.Л. ТИШКЕВИЧ. Канонічна форма кососамоспряженого оператора в кватерніонном бімодулі (російська) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 41–50.

В роботі будується модель кососамоспряженого оператора із простим спектром, що діє в гільбертовом кватерніонном бімодулі. Отриманий результат ґрунтується на теоремі про спектральне розкладання кососамоспряженого оператора по його спектральній мері. Функціональна модель дозволяє вирішити проблему унітарної подоби кососамоспряженого оператора з даного класу операторів лівого множення на незалежну змінну у відповідному функціональному бімодулі.

Ключові слова: тіло кватерніонів, гільбертов кватерніонний бімодуль, кососамоспряжений оператор, спектральна міра.

MSC 2010: 47B15, 47B25, 47B38

I.I. KARPENKO, D.L. TYSHKEVICH. The canonical form of a skew-self-adjoint operator on a quaternion bimodule (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 41–50 (2009).

In this paper the model of a skew-self-adjoint operator with a simple spectrum acting on a Hilbert quaternion bimodule is constructed. This result is based on the Spectral Decomposition Theorem for a skew-self-adjoint operator. The functional model allows us to prove the fact that such a skew-self-adjoint operator is unitarily equivalent to an operator of left multiplication on the independent variable in the corresponding functional bimodule.

Keywords: the skew-field of quaternions, a Hilbert quaternion bimodule, a skew-self-adjoint operator, spectral measure.

---

**А.А. КЛИМЕНКО, Ю.В. МИХЛИН. Нелинейная динамика пружинного маятника.**

УДК 534.0, 531.39

А.А. КЛИМЕНКО, Ю.В. МИХЛИН. Нелинейная динамика пружинного маятника (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 51–65.

С использованием асимптотических методов рассмотрена динамика пружинного маятника. В частности, метод многих масштабов позволяет с высокой точностью построить формы колебаний в квазилинейном случае.

Методы теории нелинейных нормальных форм колебаний позволяют исследовать динамику маятника не только для малых, но и для больших амплитуд колебаний. Устойчивость форм колебаний изучается методом определителей Хилла, а также с использованием численно-аналитического критерия устойчивости.

Ключевые слова: пружинный маятник, нелинейные формы колебаний, устойчивость форм колебаний.

УДК 534.0, 531.39

А.А. КЛИМЕНКО, Ю.В. МИХЛИН. Нелінійна динаміка маятникових систем (російська) // Динамические системы, 2009. — Вип 27. — С. 51–65.

З використанням асимптотичних методів розглянута динаміка пружинного маятника. Зокрема, метод багатьох масштабів дозволяє з високою точністю побудувати форми коливань в квазілінійному випадку. Методи теорії нелінійних нормальних форм коливань дозволяють дослідити динаміку маятника не тільки для малих, але і для значних амплітуд коливань. Стійкість форм коливань вивчається методом визначників Хілла, а також з використанням чисельно-аналітичного критерію стійкості.

Ключові слова: пружинний маятник, нелінійні форми коливань, стійкість форм коливань

MSC 2010: 70K75, 70K20, 34E10

A.A. KLIMENKO, YU.V. MIKHLIN. Nonlinear dynamics of the spring pendulum (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 51–65 (2009).

Dynamics of the spring pendulum is considered by using the asymptotical methods. In particular, the multiple scale method permits to construct the quasilinear vibration modes with good exactness. Methods of the nonlinear normal modes theory make possible to investigate the pendulum dynamics as for small vibration amplitudes, as well for the large ones. The vibration modes stability is analyzed by the Hill determinants methods, and by the numerical-analytical stability test.

Keywords: spring pendulum, nonlinear vibration modes, stability of vibration modes.

---

**Л.Н. КОЛЕЧКИНА. Обоснование структурированного метода локализации значения линейной функции, заданной на комбинаторной конфигурации перестановок.**

УДК 519.1

Л.Н. КОЛЕЧКИНА. Обоснование структурированного метода локализации значения линейной функции, заданной на комбинаторной конфигурации перестановок (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 67–80.

Рассматривается задача комбинаторной оптимизации на комбинаторной конфигурации перестановок, анализируются методы решения таких задач. Описывается метод локализации значения целевой линейной функции на основании применения теории графов, учитывая свойства и структуру множества перестановок. Обосновывается построение последовательности значений линейной функции, разложение точек перестановок по подграфам графа перестановочного многогранника и их использование для реализации метода.

Ключевые слова: комбинаторная оптимизация, комбинаторная конфигурация перестановок, граф перестановочного многогранника, подграф графа, структурированный метод локализации.

УДК 519.1

Л.М. КОЛЕЧКИНА. Обґрунтування структурованого методу локалізації значення лінійної функції, заданої на комбінаторній конфігурації перестановок (російська) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 67–80.

Розглядається задача комбінаторної оптимізації на комбінаторній конфігурації перестановок, аналізуються методи розв'язування таких задач. Описується метод локалізації значення цільової лінійної функції на основі застосування теорії графів, з огляду на властивості й структуру множини перестановок. Обґрунтовується побудова послідовності значень лінійної функції, розкладання точок перестановок по підграфах графа переставного многогранника і їх використання для реалізації методу.

Ключові слова: комбінаторна оптимізація, комбінаторна конфігурація перестановок, граф переставного многогранника, підграф графа, структурований метод локалізації.

MSC 2010: 90C27, 90C05, 90C06

L.N. KOLECHKINA. Substantiation of the structured method of localization of value of the linear function set on a combinatory configuration of shifts (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 67–80 (2009).

The problem of combinatorial optimization on a combinatorial configuration of shifts is considered, methods of the decision of such problems are analyzed. The method of localization of value of target linear function on the basis of application of the theory of graphs is described, considering properties and structure of set of shifts. Construction of sequence of values of linear function, decomposition of points of shifts on subgraphs of the graph of a permutable polyhedron and their use for method realization is proved.

Keywords: combinatorial optimization, combinatorial configuration of permutations, graph polyhedron of permutations, podgraph graph, structured method of localization.

---

**О.Г. РОВЕНСКАЯ. Приближение периодических аналитических функций повторными суммами Валле Пуссена.**

УДК 517.5

О.Г. РОВЕНСКАЯ. Приближение периодических аналитических функций повторными суммами Валле Пуссена (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 81–92.

Получены асимптотические формулы для верхних граней уклонений тригонометрических полиномов, порождаемых повторным методом суммирования Валле Пуссена, взятых по классам аналитических периодических функций действительной переменной. Полученные формулы во многих важных случаях обеспечивают решение задачи Колмогорова-Никольского для этих методов приближения и классов аналитических функций. Указаны условия при которых повторные суммы Валле Пуссена обеспечивают порядок приближения лучший, чем обычные.

Ключевые слова: метод Валле Пуссена, ряд Фурье, асимптотическая формула.

УДК 517.5

О.Г. РОВЕНСЬКА. Наближення періодичних аналітичних функцій повторними суммами Валле Пуссена. (російська) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 81–92.

Одержані асимптотичні формули для верхніх граней відхилень тригонометричних многочленів, що породжуються повторним застосуванням методу Валле Пуссена на класах періодичних аналітичних функцій дійсної змінної. Отримані формули в багатьох важливих випадках дають розв'язок задачі Колмогорова-Нікольського для відповідних методів наближення та

класів аналітичних функцій. Вказані умови за яких повторні суми Валле Пуссена забезпечують порядок наближення кращій, ніж звичайні.

Ключові слова: Метод Валле Пуссена, ряд Фур'є, асимптотична формула.

MSC 2010: 42A10

O.G. ROVENSKA. Approximation of periodic analytic functions by repeated de la Vallee Poussin sums. (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 81–92 (2009).

We obtain asymptotic equalities for upper bounds of the deviations of the repeated de la Vallee Poussin methods taken over classes of periodic analytic functions of real variable. These equalities, in corresponding cases, guarantee the solvability of the Kolmogorov-Nikol'skii problem for the repeated de la Vallée Poussin sums on the classes of analytic functions. In certain cases, repeated de la Vallée Poussin sums best then ordinary de la Vallee Poussin sums.

Keywords: de la Vallée Poussin method, Fourier series, asymptotic formula.

---

**А.Р. СНИЦЕР. Дисперсия скорости поверхностных волн Био в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде.**

УДК 539.3:624.131+539.215

А.Р. СНИЦЕР. Дисперсия скорости поверхностных волн Био в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 93–105.

В рамках модели Био исследуется динамическая краевая задача о гармоническом воздействии на поверхность цилиндрической скважины в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде. Задача сводится к уравнениям Гельмгольца для трех скалярных потенциалов определяющих вектора перемещений жидкой и твердой фаз среды, тензор напряжений твердой фазы и давление поровой жидкости. Исследуется дисперсионное уравнение, определяющее зависимости скорости поверхностных волн от соотношения их длины и диаметра полости при различных значениях пористости.

Ключевые слова: модель Био, пористо-упругая насыщенная жидкостью среда, дисперсионное уравнение, реанимация нефтяных скважин, цилиндрический излучатель, гармоническое воздействие.

УДК 539.3:624.131+539.215

А.Р. СНИЦЕР. Дисперсія швидкості поверхневих хвиль Біо в пористо-пружному насиченому рідиною середовищі (російська) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 93–105.

У рамках моделі Біо досліджується динамічна крайова задача про гармонійний вплив на поверхню циліндричної свердловини в пористо-пружному насиченому рідиною середовищі. Задача зводиться до рівнянь Гельмгольца для трьох скалярних потенціалів що визначають вектора переміщень рідкої і твердої фаз середовища, тензор напруги твердої фази і тиск порової рідини. Досліджується дисперсійне рівняння що визначає залежність швидкості поверхневих хвиль від співвідношення їх довжини та діаметру свердловини при різних значеннях пористості.

Ключові слова: модель Біо, пористо-пружне насичене рідиною середовище, дисперсійне рівняння, реанімація нафтових свердловин, циліндричний випромінювач, гармонійний вплив.

MSC 2010: 74E05

A.R. SNITSER. Dispersion of the velocity of the surface waves Bio in fluid-saturated porous solid (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 93–105 (2009).

The dynamic boundary-value problem of harmonic loading on the bore surface in fluid-saturated porous solid is considered in the frame of the M. Biot model. The problem reduces to the Helmholtz-equations for three scalar potentials defining the displacements of the fluid and solid phases of the medium, stress tensor of the solid phase and pore fluid pressure. Dispersion equation for the velocity of the surface waves in terms of the ratio of the wavelength to the cavity diameter for different values of porosity is investigated.

Keywords: Biot model, fluid-saturated porous solid, dispersion equation, reanimation of oil wells, cylindrical radiator, harmonic loading.

---

**В.Н. ТИЩЕНКО, А.В. ПАН. Волновые процессы в упругой среде с цилиндрической полостью, подкреплённой цилиндрической оболочкой.**

УДК 539.3

В.Н. ТИЩЕНКО, А.В. ПАН. Волновые процессы в упругой среде с цилиндрической полостью, подкреплённой цилиндрической оболочкой (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 107–114.

Рассмотрены собственные волновые процессы в неоднородной среде, состоящей из тонкой прямолинейной цилиндрической оболочки, разделяющей

движущуюся несжимаемую жидкость и упругое пространство вне оболочки. Приведены качественные сравнительные характеристики в пространстве безразмерных параметров: отношение модулей сдвига, отношение плотностей и параметра тонкостенности, получены т. н. "прикладные" теории, которые являются основными при реальном применении в практике расчётов

Ключевые слова: волновой процесс, цилиндрическая оболочка, несжимаемая жидкость, упругое пространство, параметры неоднородности.

УДК 539.3

В.М. ТИЩЕНКО, А.В. ПАН. Хвильові процеси в пружному середовищі з циліндричною порожниною, підсиленою оболонкою (російська) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 107–114.

Розглянуто власні хвильові дії у неоднородному середовищі, яке містить тонку циліндричну оболонку, що розподіляє нестислову рідину та пружний простір. Приведені якісні зрівняльні властивості у просторі нерозмірних параметрів: відносини модулів зсуву плотностей та параметрів тонкостінності, надані т. з. "прикладні теорії", які є основою для реальних обчислювань.

Ключові слова: хвильовий процес, циліндрична оболонка, нестислова рідина, пружний простір, параметр тонкостінності оболонки.

MSC 2010: 74J05

V.M. TISHCHENKO, A.V PAN. Wave processes in an elasticity space with a cylindrical bore supported by a shell (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 107–114 (2009).

The paper deals with the propagation of elastic boundary waves in a cylindrical bore through an elastic material of infinite extent filled with a moving uncompressive fluid. The phase velocity dispersion are calculated for axial simmetric waves in the coupled fluid-solid system in practical theories for waves of large wavelength.

Keywords: wave process, cylindrical bore, uncompressive fluid, elasticity space, unhomogenius parameters.

---

**Д.В. ТРЕТЬЯКОВ. О расширениях кососимметрических антилинейных операторов.**

УДК 517.432

Д.В. ТРЕТЬЯКОВ. О расширениях кососимметрических антилинейных операторов (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 115–126.

В настоящей работе исследуются некоторые вопросы теории неограниченных антилинейных операторов. Доказано, что для множества точек регулярного типа произвольного антилинейного оператора имеет место так называемый принцип окружности, а для кососимметрического оператора размерности различных дефектных подпространств совпадают. Для замкнутых кососимметрических антилинейных операторов получены аналоги формул фон Неймана и описание всех собственных аккретивных расширений. Все кососимметрические и аккретивные расширения указанных операторов описываются с помощью аддитивных изометрий и растяжений.

Ключевые слова: кососимметрический антилинейный оператор, аналоги формул фон Неймана, собственные аккретивные расширения, аддитивные изометрия и растяжение.

УДК 517.432

Д.В. ТРЕТЬЯКОВ. О розширеннях кососиметричних антилінійних операторів (російська) // Динамические системы, 2009. — Вип 27. — С. 115–126.

В роботі досліджуються деякі питання теорії антилінійних операторів. Доведено, що для множини точок регулярного типу довільного антилінійного оператора має місце так званий принцип кола, а для кососиметричного антилінійного оператора розмірності різних дефектних підпросторів збігаються. Для замкнених кососиметричних антилінійних операторів отримани аналоги формул фон Неймана. Усі кососиметричні і власні аккретивні розширення вказаних операторів можна описати за допомогою адитивних ізометрій і розтягувань.

Ключові слова: кососиметричний антилінійний оператор, аналоги формул фон Неймана, власні аккретивні розширення, адитивні ізометрії і розтягування.

MSC 2010: 47H06

D.V. TRETYAKOV. On extensions of skew-symmetric antilinear operators (Russian). Din. Sist., Simferopol' 27, 115–126 (2009).

Some questions of the antilinear operators are investigate in this article. For any antilinear operator set of the regular type points satisfied so-called circle principle. Dimensions of the different defect subspaces are equals if indicated operator is closed too. Analogs of von Neumann formulas are obtains for closed skew-symmetric

antilinear operators. With help from additive isometries and expansions all closed skew-symmetric and proper accretive extensions are described.

Keywords: skew-symmetric antilinear operator, analogs of von Neumann formulas, proper accretive extensions, additive isometry and expansions.

---

**С.М. ЧУЙКО, О.В. СТАРКОВА. Автономные краевые задачи в частном критическом случае.**

УДК 517.9

С.М. ЧУЙКО, О.В. СТАРКОВА. Автономные краевые задачи в частном критическом случае (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 127–142.

Найдены необходимые и достаточные условия существования решений нелинейной автономной нетеровой краевой задачи в частном критическом случае. Характерной особенностью поставленной задачи является невозможность непосредственного применения традиционной схемы исследования и построения решений критических краевых задач, созданной в работах И.Г. Малкина, А.М. Самойленко, Е.А. Гребеникова, Ю.А. Рябова и А.А. Бойчука. Для построения решений нелинейной нетеровой краевой задачи в частном критическом случае предложена итерационная схема, построенная по схеме метода наименьших квадратов. Эффективность предложенной техники продемонстрирована на примере анализа периодической задачи для уравнения типа Хилла.

Ключевые слова: автономная краевая задача, критический случай, метод наименьших квадратов, итерационная схема, псевдообращение матриц, ортопроектор.

УДК 517.9

С.М. ЧУЙКО, О.В. СТАРКОВА. Автономні крайові задачі в частинному критичному випадку (російська) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 127–142.

Знайдено необхідні й достатні умови існування розв'язків нелінійної автономної нетерової крайової задачі в частинному критичному випадку. Характерною особливістю поставленої задачі є неможливість безпосереднього застосування традиційної схеми дослідження і побудови розв'язків критичних крайових задач, створеною в роботах І.Г. Малкіна, А.М. Самойленка, Є.О. Гребенікова, Ю.О. Рябова і О.А. Бойчука. Для побудови розв'язків нелінійної нетерової крайової задачі в частинному критичному випадку

запропонована ітераційна схема, побудована по схемі методу найменших квадратів. Ефективність запропонованої техніки продемонстрована на прикладі аналізу для рівняння типу Хілла.

Ключові слова: автономна крайова задача, критичний випадок, метод найменших квадратів, ітераційна схема, псевдообернення матриць, ортопроектор.

MSC 2010: 34B15, 34A45

S.M. CHUIKO, O.V. STARKOVA. Autonomous boundary-value problem in special critical case (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 27, 127–142 (2009).

The necessary and sufficient terms of solution existence of nonlinear autonomous Noetherian boundary-value problem are found in special critical case. The characteristic feature of the set problems is impossibility of direct application of traditional research schematic representation and construction of solutions of critical boundary-value problems, which was created in works of I.G. Malkin, A.M. Samoilenko, E.A. Grebenikov, Yu.A. Ryabov and A.A. Boichuk. For the solution construction of Noetherian boundary-value problem in special critical case an iterative procedure is recommended, it is constructed according to the scheme of least-squares method. Efficiency of the offered technique is shown on the example of analysis for periodic problems for Hill equation.

Keywords: autonomous boundary-value problem, critical case, least-squares method, iterative scheme, pseudoinversion of matrices, ortoprojector.

---

**Т.В. ШОВКОПЛЯС. Достатні умови виникнення розв'язку слабкозбуреної крайової задачі.**

УДК 517.927

Т.В. ШОВКОПЛЯС. Достатні умови виникнення розв'язку слабкозбуреної крайової задачі (українська) // *Динамические системы*, 2009. — Вип 27. — С. 143–149.

Розглядається слабкозбурена лінійна неоднорідна крайова задача для системи звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Для розглядуваної крайової задачі її породжуюча крайова задача не має розв'язків при довільних неоднорідностях, тобто, виконується критичний випадок. Доведено, що для того, щоб слабкозбурена крайова задача була розв'язною, достатньо виконання деяких умов на ранг матриці, побудованої за допомогою коефіцієнтів лінійної неоднорідної системи. При виконанні цих умов на задану матрицю

розглядувана слабкозбурена крайова задача буде розв'язна і матиме розв'язок у вигляді збіжного ряду Лорана.

Ключови слова: слабкозбурена крайова задача, породжуюча крайова задача, критерій розв'язності, критичний випадок.

УДК 517.927

Т.В. ШОВКОПЛЯС. Достаточные условия возникновения решения слабозмущенной краевой задачи (украинский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 143–149.

Рассматривается слабозмущенная линейная неоднородная краевая задача для системы обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка. Для рассматриваемой краевой задачи порождающая краевая задача не имеет решений при произвольных неоднородностях, то есть, выполняется критический случай. Доказано, что для того, чтобы слабозмущенная краевая задача была разрешимой, достаточно выполнения некоторых условий на ранг матрицы, построенной с помощью коэффициентов линейной неоднородной системы. При выполнении этих условий на заданую матрицу, рассматриваемая слабозмущенная краевая задача будет разрешима и будет иметь решение в виде части сходящегося ряда Лорана.

Ключевые слова: слабозмущенная краевая задача, порождающая краевая задача, критерий разрешимости, условия существования решения, критический случай.

MSC 2010: 30E25

T.V. SHOVKOPLYAS. The sufficiently conditions rise of solution weakly perturbed boundary-value problem (Ukrainian). Din. Sist., Simferopol' 27, 143–149 (2009).

Weakly perturbed linear nonhomogeneous boundary-value problem for the system of ordinary differential equations of the second order is studied. For the studied problem its generated boundary-value problem has no solutions with any non-homogeneities, so critical case is executed. It is proved that for the weakly perturbed linear inhomogeneous boundary-value problem to be solvable is enough fulfilment some conditions on matrix rank which is built by the help of linear perturbed inhomogeneous system's coefficients. Under these conditions fulfilment on set matrix studied weakly perturbed boundary-value problem will be solved and it will have solution as a part of convergent Loran's row.

Keywords: weakly perturbed boundary-value problem, generated boundary-value problem, the criterion of solvability, the conditions of existence of solution, critical case.

---

**А.В. ШУЛЬГИН, О.В. АНАШКИН. О реализации алгоритма исследования устойчивости разностного уравнения на языке компьютерной алгебры МАХІМА.**

УДК 519.62

А.В. ШУЛЬГИН, О.В. АНАШКИН. О реализации алгоритма исследования устойчивости разностного уравнения на языке компьютерной алгебры МАХІМА (русский) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 151–160.

Рассматривается задача об устойчивости нелинейного разностного уравнения с запаздыванием. Существенной особенностью задачи является ее неавтономность, т.е. коэффициенты разностного уравнения зависят от номера итерации. Исследование проводится путем построения так называемой возмущенной функции Ляпунова. Алгоритм построения функции реализован на языке компьютерной алгебры МАХІМА. Получены легко проверяемые условия устойчивости скалярного нелинейного уравнения в форме явной зависимости от коэффициентов уравнения и величины запаздывания.

Ключевые слова: разностные уравнения с запаздыванием, критерий устойчивости, функция Ляпунова, система компьютерной алгебры МАХІМА.

УДК 519.62

О.В. ШУЛЬГИН, О.В. АНАШКИН. Про реалізацію алгоритму дослідження стійкості різницевого рівняння на мові комп'ютерної алгебри МАХІМА (російська) // Динамические системы, 2009. — Вып 27. — С. 151–160.

Розглядається задача стійкості нелінійного різницевого рівняння із запізненням. Суттєвою особливістю задачі є її неавтономність, тобто коефіцієнти різницевого рівняння залежать від номера ітерації. Дослідження проводиться побудовою так званої збуреної функції Ляпунова. Алгоритм побудови функції був реалізований на мові комп'ютерної алгебри МАХІМА. Отримані умови стійкості, що легко перевірити, для скалярного нелінійного рівняння у формі явної залежності від коефіцієнтів рівняння та запізнення.

Ключові слова: різницеві рівняння із запізненням, критерій стійкості, функція Ляпунова, система комп'ютерної алгебри МАХІМА.

MSC 2010: 39A30, 65Q10, 65Y15

A.V. SHULGIN, O.V. ANASHKIN. On implementation of an algorithm for the stability analysis of a delay difference equation using MAXIMA computer algebra system (Russian). *Din. Sist., Simferopol'* 27, 151–160 (2009).

The stability problem for a nonlinear delay difference equation is studied. A substantial feature of the problem is that its coefficients are dependent on the iteration number, i.e. the system is nonautonomous. The research is conducted using the perturbed Lyapunov function. The algorithm is implemented in terms of MAXIMA computer algebra system. Easily verified stability conditions for a scalar nonlinear equation are obtained in terms of the equation coefficients and delay.

Keywords: delay difference equations, stability criterion, Lyapunov function, MAXIMA computer algebra system.