

УДК 518.9+681.51.011

## Численная реализация нейросетевого управления в задаче о мягкой посадке

М. Б. Муниб

Таврический национальный университет им. В.И.Вернадского  
Симферополь 95007. *E – mail* : *mustafa\_alrawi56@mail.ru*

**Аннотация.** Решение задачи о мягкой посадке строится на основе нейросетевого управления. Для настройки параметров нейронной сети используются генетические алгоритмы, эталонные модели и алгоритмы обратного распространения ошибки. Приводятся примеры численной реализации.

**Ключевые слова:** задача о мягкой посадке, нейросетевое управление, генетический алгоритм.

### Введение

Объектами исследования работы являются задачи преследования и «мягкой» посадки («мягкой» поимки), относящиеся к теории конфликтно управляемых процессов. Для численной и программной реализации используется нейросетевой подход в управлении.

Теория конфликтно управляемых процессов исследует задачи управления динамическими процессами в условиях конфликта, который предполагает наличие двух или более сторон, способных воздействовать на процесс с противоположными или несовпадающими целями, критерии достижения цели задаются функционалами качества процесса. Динамические процессы могут описываться дифференциальными, интегральными, разностными, гибридными и другими уравнениями. Конфликтно управляемые процессы, описываемые обыкновенными дифференциальными уравнениями, называют дифференциальными играми [1], термин был введен Р. Айзексом — одним из основоположников теории дифференциальных игр. Одной из первых работ в этой области считают работу Г. Штейнгауза, опубликованную в 1925 году, в которой он формулирует задачу преследования. Теория конфликтно управляемых процессов имеет в своем основании общую теорию игр, математическую теорию управления и теорию дифференциальных уравнений.

Фундаментальными результатами математической теории управления являются принцип максимума Л. С. Понтрягина [2] и метод динамического программирования Р. Беллмана.

Красовским Н. Н. [3,4,5] и представителями его научной школы создана теория позиционных игр, в основе которой лежит понятие стабильного моста и правило экстремального прицеливания. Для широких классов дифференциальных игр доказана теорема об альтернативе. Обоснованы методы детерминированных и стохастических программных конструкций. Решение игровой задачи сводится к последовательному выбору экстремальных управлений, сохраняющих траекторию

конфликтно управляемого процесса на стабильном мосту и приводящих траекторию по нему на терминальное множество.

Принятая схема позиционной игры такова [5]. Пусть движение конфликтно управляемого вектора  $z$  описывается системой вида  $\dot{z} = f(z, u, v)$ , где  $z \in R^n$ ,  $u \in U$ ,  $v \in V$ ,  $U \subset R^m$ ,  $V \subset R^k$ ,  $f$  — непрерывная функция. В пространстве  $R^n$  задано непустое целевое множество  $M$ .

Формулируются две задачи о позиционном подходе (т.е. управлении по принципу обратной связи). Первая задача (стоящая перед первым игроком) — задача о сближении с целевым множеством  $M$  внутри заданных фазовых ограничений  $N$ ; вторая задача (стоящая перед вторым игроком) — задача об уклонении вектора  $z$  от  $M$ . Совокупность этих (противоположных) задач есть дифференциальная игра сближения-уклонения. — Связь между задачами раскрывается центральным результатом теории позиционных дифференциальных игр — теоремой об альтернативе, которая утверждает, что в рамках принятой формализации всегда, при подходящем выборе классов стратегий игроков, разрешима одна и только одна из указанных задач. Таким образом, задачи сближения-уклонения являются взаимоисключающими и взаимодополняющими. Отсюда следует важный вывод о принципиальной неулучшаемости позиционного способа управления. Кроме того, теоремы об альтернативе позволяют рассматривать каждую из задач сближения или уклонения как критерий разрешимости противоположной задачи. Большое внимание в работах данной школы уделяется вопросам практической реализации процедур управления и численного решения прикладных задач теории дифференциальных игр.

В работах А. И. Субботина [6] условия стабильности сформулированы при помощи производных по направлению. В результате получены дифференциальные неравенства, обобщающие основное уравнение дифференциальных игр, записанное Р. Айзексом. Данный подход был применен к построению теории обобщенных решений уравнений Гамильтона-Якоби.

Наилучшее решение позиционной дифференциальной игры сближения-уклонения доставляют максимальные стабильные мосты в фазовом пространстве. Удобнее строить мосты, обладающие свойством стабильности и дающие эффективно реализуемые процедуры управления. Одним из способов построения таких мостов связан с программным или первым поглощением. Условие регулярности и обеспечивает окончание игры за время первого поглощения. При этом обосновывается преследование по кривой погони. Программные конструкции положены в основу метода программных итераций. Одним из способов построения стабильных мостов являются попятные процедуры, позволяющие вскрыть структуру дифференциальной игры, которые предложены Л. С. Понтрягиным и реализованы им в методе альтернированного интеграла [7]. В линейном случае этот метод дает эффективные достаточные условия разрешимости задачи преследования. Попятные процедуры с фиксированным и нефиксированным временем и дискриминацией убегающего распространены на нелинейные системы в работе Б. Н. Пшеничного [8].

Идею рассматривать дифференциальную игру с двух точек зрения предложил и развил Л. С. Понтрягин [9]. При таком подходе выдвигается на первый план один из игроков, которому предоставляется право строить управление на основе определенной информационной дискриминации противника. Соответствующая формализация дифференциальных игр, предложенных Л. С. Понтрягиным приведена в [10].

Основополагающие результаты по решению дифференциальных игр преследования и убегания получили Л. С. Понтрягин и Е. Ф. Мищенко. В работе [11] сформулированы достаточные условия разрешимости задачи преследования в нелинейных дифференциальных играх. В ней использован формализм принципа максимума, основной результат заключается в описании множества начальных позиций, из которых гарантируется возможность завершения преследования, а также в вычислении времени преследования, и способ формирования управления преследователя, реализующего процесс преследования.

Естественным обобщением дифференциальных игр двух лиц являются дифференциальные игры с участием группы преследователей и одного или группы убегающих.

Проблема «мягкой посадки» для управляемых объектов известна достаточно давно. Ее актуальность обусловлена, прежде всего, важными практическими приложениями. Такие задачи, как посадка космического корабля на Луну, другие планеты, стыковка космических аппаратов, посадка летательного аппарата на палубу корабля предполагают проведение «мягкой посадки». Исследуемая в данной работе задача впервые поставлена в [12] как проблема «Eagle Snatch» («Захват орла»). Один из способов ее решения предложен в работе [13], где процесс разбивается на три стадии. На первой реализуется сближение по геометрическим координатам, на второй — переход из точки в точку с попаданием на след убегающего в плоскости, заключительная стадия — преследование по следу в плоскости.

В работах Петрова Н. Н. рассматриваются задачи о «мягкой» поимке группой преследователей одного или нескольких убегающих в примере Л. С. Понтрягина при равных динамических и инерциальных возможностях процессов [15]. Получены достаточные условия мягкой поимки группой преследователей одного убегающего в примере Л. С. Понтрягина и достаточные условия разрешимости задачи уклонения  $m$ -убегающих от группы  $n$ -преследователей инерционных объектов.

Решения дифференциальных игр с участием группы преследователей были предложены в работах Е. Ф. Мищенко, Ф. Л. Черноусько [16], Б. Н. Пшеничного [17], А. А. Чикрия [18], Н. Л. Григоренко [19], М. С. Никольского, Н. Ю. Сатимова, И. С. Раппопорта, П. Б. Гусятникова, Л. А. Петросяна [20], Б. Б. Рихсиева [21], В. И. Жуковского, А. А. Азамова, Р. П. Иванова, В. Л. Зака и многих других математиков. Отметим, что толчком к появлению большого числа работ по указанной тематике послужила статья Б. Н. Пшеничного [22]. Большинство работ посвященных как задаче преследования, так и задаче убегания рассматривались при определенном преимуществе одной из сторон.

В работе рассматривается применение многослойных нейронных сетей (МНС)

для управления динамическими объектами. Многослойная нейронная сеть представляет собой однородную вычислительную среду пригодную для реализации разнообразных задач управления с адаптацией на параметрическом, алгоритмическом и структурном уровнях развития управления с адаптацией. Представляет интерес реализация нейроконтроллеров или нейронных регуляторов на основе обучаемых МНС применимых для широкого класса динамических систем. Нейросетевые системы управления относят к так называемым «интеллектуальным» системам, т.е. системам, по определению, с неполной информацией, со сложной или немоделируемой динамикой и неконтролируемым изменением собственных свойств объекта [23].

Целью работы является разработка алгоритмов решения игровой задачи о «мягкой посадке» пригодных для использования МНС, и программной реализации для моделирования решения таких задач. Научная значимость заключается в исследовании применимости нейросетевого подхода в построении нейроконтроллеров, генерирующих оптимальное управление в задаче о мягкой посадке.

Далее, в нейросетевой системе управления будем использовать линейную модель объектов управления.

## 1. Задача «мягкой посадки»

Следуя [13,14], рассмотрим игровую задачу преследования одного управляемого объекта, движущегося в горизонтальной плоскости, другим управляемым объектом, движущимся в пространстве (см. [1], [3]). Цель преследователя — достичь равенства координат и скоростей убегающего, то есть совершить мягкую посадку. При этом убегающий может противодействовать преследователю, выбирая тот или иной алгоритм убегания. Кроме того, в задаче присутствуют фазовые ограничения — преследователь не может пересечь плоскость, в которой движется убегающий.

Пусть движение преследователя задается уравнением

$$\ddot{x} + \alpha \dot{x} = \rho u, \quad (1)$$

$$x, u \in R^3, \quad \|u\| \leq 1, \quad x = (x_1, x_2, x_3), \quad x_3 \geq 0,$$

где  $x_1, x_2$  — координаты на плоскости,  $x_3$  — высота,  $\alpha$  — коэффициент сопротивления среды,  $\rho > 0$  — параметр управления,  $u(t)$  — управление. Движение убегающего задается уравнением

$$\ddot{y} + \beta \dot{y} = \sigma v, \quad (2)$$

$$y, v \in R^3, \quad \|v\| \leq 1, \quad y = (y_1, y_2, 0), \quad v = (v_1, v_2, 0),$$

где  $y_1, y_2$  — координаты на плоскости,  $\beta$  — коэффициент сопротивления среды,  $\sigma > 0$  — параметр управления,  $v(t)$  — управление. Таким образом, убегающий

движется в плоскости  $x_3 = 0$ . Преследователь должен совершить точную мягкую посадку, то есть за конечное время добиться выполнения равенств

$$x(T) = y(T), \quad \dot{x}(T) = \dot{y}(T). \quad (3)$$

Сведем сформулированную выше игровую задачу к задаче оптимального быстрогодействия [24, 2]. Введем новую переменную

$$\Delta = x - y. \quad (4)$$

Вычитая уравнение (2) из уравнения (1) с учетом (4), получим

$$\ddot{\Delta} = -\alpha\dot{\Delta} + (\beta - \alpha)\dot{y} + \rho u - \sigma v. \quad (5)$$

Будем считать, что начальные координаты и скорости убегающего и преследователя заданы, тогда заданы начальные значения для переменной  $\Delta$ . Рассмотрим следующую задачу оптимального быстрогодействия.

Объект описывается системой дифференциальных уравнений

$$\ddot{\Delta} = -\alpha\dot{\Delta} + w, \quad \Delta, \omega \in R^3, \quad \|w\| \leq r. \quad (6)$$

при наличии фазовых ограничений  $\Delta_3 \geq 0$ . Начальное и конечное положение задано

$$\Delta(0) = \Delta_0, \quad \dot{\Delta}(0) = V_{\Delta_0}, \quad (7)$$

$$\Delta(T) = 0, \quad \dot{\Delta}(T) = 0. \quad (8)$$

Необходимо найти управление  $w(t)$ , переводящее объект из заданного начального положения (7) в конечное положение (8) за минимально возможное время  $T$ .

Выполнение условий (8) будет означать для преследователя точную мягкую посадку. Зная значение управления  $w(t)$  и значение скорости убегающего  $\dot{y}$  в каждый момент времени, нетрудно получить значение управления  $u(t)$  преследователя, обеспечивающее мягкую посадку при любом допустимом управлении убегающего:

$$u = [(\alpha - \beta)\dot{y} + \sigma v + w]/\rho. \quad (9)$$

Из уравнения (5) следует, что для успешного решения задачи преследования ресурс преследователя по управлению должен быть достаточно велик, а именно

$$\|(\beta - \alpha)\dot{y} - \sigma v\| \leq \|(\beta - \alpha)\dot{y}\| + \|\sigma v\| \leq |\beta - \alpha| \frac{\sigma}{\beta} + \sigma < \rho. \quad (10)$$

С другой стороны, из выражения (9) при условии ограниченности управления  $u$  следует, что управление  $w$  также должно быть ограничено

$$w \in \rho D_3 - \sigma(1 + |1 - \frac{\alpha}{\beta}|) D_2. \quad (11)$$

Таким образом, при решении задачи оптимального быстродействия (6)–(8), выбирается управления из шара радиусом

$$r = \rho - \sigma(1 + |1 - \frac{\alpha}{\beta}|), \quad (12)$$

лежащего внутри множества (11).

Для решения задачи оптимального быстродействия (6)–(8) согласно принципу максимума Л. С. Понтрягина [2], который состоит в следующем, сведем систему (6) из трех уравнений второго порядка к системе из шести уравнений первого порядка относительно переменных  $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_6$ . Функция Гамильтона-Понтрягина для системы (6) с учетом фазовых ограничений будет иметь вид

$$H = \psi_1 \Delta_2 + \psi_2(-\alpha \Delta_2 + w_x) + \psi_3 \Delta_4 + \psi_4(-\alpha \Delta_4 + w_y) + \\ + \psi_5 \Delta_6 + \psi_6(-\alpha \Delta_6 + w_z) + \psi_7 \Delta_3, \quad (13)$$

где  $\psi = (\psi_1, \dots, \psi_6)$  — вектор сопряженных переменных. Нетрудно видеть, что эта функция является линейной по независимым переменным  $w_x, w_y, w_z$ :

$$H(w_x, w_y, w_z) = C + \psi_2 w_x + \psi_4 w_y + \psi_6 w_z, \quad (14)$$

где  $C$  — величина, зависящая от оставшихся  $\psi, \Delta, \alpha$ .

Согласно принципу максимума Понтрягина оптимальное управление доставляет максимум функции  $H(w_x, w_y, w_z)$  и при ограничениях  $\|w\| \leq r$  имеет вид

$$w_x = \frac{r\psi_2}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2 + \psi_6^2}}, \quad w_y = \frac{r\psi_4}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2 + \psi_6^2}}, \quad w_z = \frac{r\psi_6}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2 + \psi_6^2}}. \quad (15)$$

Объединяя сопряженную систему  $\psi = -\partial H / \partial \Delta$ , систему (6), в которую подставим выражения для компонент управления (15), краевые условия (7) и (8), получаем краевую задачу принципа максимума, которая решалась методом пристрелки.

Задав некоторые начальные условия для сопряженных координат  $\psi(0) = \psi_0$ , получим задачу Коши, которую можно проинтегрировать на промежутке от 0 до  $T$ , используя один из известных численных методов, и найти значения фазовых координат  $\Delta_1, \dots, \Delta_6$  в конечный момент времени  $T$ . Для решения задачи оптимального управления необходимо найти минимум функции

$$\Phi(\psi_1(0), \psi_2(0), \dots, \psi_6(0), T) \cong \sum_{i=1}^6 \Delta_i(T)^2, \quad (16)$$

то есть такой набор начальных значений  $\psi_1^*(0), \psi_2^*(0), \dots, \psi_6^*(0)$  и время  $T$ , при которых сумма в правой части выражения (16) обращается в 0. Рассчитанное для таких  $\psi^*(0)$  в соответствии с выражениями (15) управление  $w(t)$  будет использоваться затем в выражении (9) для вычисления управления преследователя  $u(t)$  дающее решение задачи о мягкой посадке.

Функцию  $\Phi(\psi_1(0), \psi_2(0), \dots, \psi_6(0), T)$  можно минимизировать одним из методов оптимизации, в работе применялся модифицированный метод Нелдера-Мида. Минимизируемая функция  $\Phi(\psi_1(0), \psi_2(0), \dots, \psi_6(0), T)$  не всегда является выпуклой, что делает невозможным применение некоторых градиентных методов. Полученное решение использовалось для сравнительного анализа с нейросетевым управлением.

Другой метод решения данной задачи преследования состоит в поэтапном построении управления преследователя. Полученное решение использовалось для обучения МНС.

На первом этапе происходит игровое выравнивание скоростей объектов. Управление выбирается таким образом, чтобы гарантировать выравнивание скоростей объектов при любом допустимом противодействии противника:  $\dot{\Delta} = \dot{x} - \dot{y} = 0$ , при этом динамика обоих объектов не зависит от их координат  $x, y$ . Не входят координаты и в терминальное условие задачи выравнивания скоростей ( $\dot{x} = \dot{y}$ ). Поэтому скорости можно рассматривать как независимые переменные  $X = \dot{x}$ ,  $Y = \dot{y}$ . Для этих переменных игровая задача выравнивания скоростей примет вид задачи сближения

$$\begin{aligned} \dot{X} + \alpha X &= \rho u, \quad X, u \in R^3, \quad \|u\| \leq 1, \quad \alpha > 0, \quad \rho > 0; \\ \dot{Y} + \alpha Y &= \sigma v, \quad Y, v \in R^3, \quad \|v\| \leq 1, \quad \beta > 0, \quad \sigma > 0. \end{aligned} \tag{17}$$

В работе [13] указывается индуктивный способ последовательного построения управления преследователя.

Управление строится по формуле:

$$u(t, X, Y) = - \frac{e^{-\alpha(T_i-t)}X - e^{-\beta(T_i-t)}Y}{\|e^{-\alpha(T_i-t)}X - e^{-\beta(T_i-t)}Y\|}. \tag{18}$$

Построение начинается с  $i = 0$  и полагается  $T_0 = 0$ .

Заметим, что в момент, когда  $e^{-\alpha(T_i-t)}X = e^{-\beta(T_i-t)}Y$  преследователь достигает убегающего. В этот момент управление не определено. Момент сближения  $T_i$  не известен заранее. Предложенное управление гарантирует выравнивание скоростей преследователя и убегающего.

Второй этап состоит в построении управления при нулевой начальной скорости.

Пусть  $\dot{\Delta}^0 = 0$ , а  $\Delta^0 = \Delta$  — произвольно. Введем положительное число

$$\mu = \frac{\sqrt{\rho^2 \|\Delta\|^2 - s^2 |\Delta_3|^2} - s \|\pi \Delta\|}{\|\Delta\|^2}. \tag{19}$$

Тогда время оптимального быстрогодействия в задаче (6)

$$T = -\frac{2}{\alpha} \ln \left( e^{\frac{\alpha^2}{2\mu}} - \sqrt{e^{\frac{\alpha^2}{\mu}} - 1} \right), \tag{20}$$

а оптимальное управление является кусочно-постоянным с одним переключением:

$$w^*(t) = \begin{cases} -\mu\Delta, & t \in \left[0, \frac{1}{2} \left(T + \frac{\alpha}{\mu}\right)\right) \\ \mu\Delta, & t \in \left[\frac{1}{2} \left(T + \frac{\alpha}{\mu}\right), T\right). \end{cases} \quad (21)$$

Соответствующее доказательство приведено в статье [13].

Приведенные результаты в дальнейшем используются как тестовые для сравнительного анализа, а также с их помощью формируется тестовая выборка для обучения нейроконтроллера (связей нейросети) и логического вывода в интеллектуализированной нейросетевой системе управления (НСУ).

## 2. Нейросетевое управление мягкой посадкой.

Нейроконтроллер построен на базе сети с обратным распространением ошибки [23].

Объектом управления являлся преследователь движение которого описывается уравнением (1), а в качестве цели управления был выбран убегающий, движение которого описывается уравнением (2).

Нейроконтроллер состоит из двух нейронных сетей, генерирующих управление преследователя.

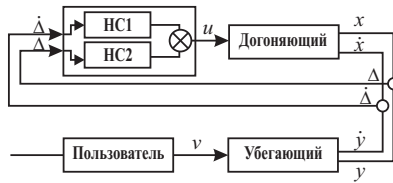


Рис. 1. Схема управления преследователя.

Первая нейронная сеть выполняет задачу выравнивания скоростей объектов. Управление выбирается так, чтобы гарантировать выравнивание скоростей объектов при любом допустимом противодействии противника:  $\dot{\Delta} = \dot{x} - \dot{y} = 0$ .

На входные нейроны нейронной сети подается две величины:  $|\dot{\Delta}|$  — длина вектора скорости на плоскости и  $\alpha$  угол, на который вектор  $\dot{\Delta}$  повернут относительно оси абсцисс в направлении против часовой стрелки.

На выходе нейронной сети формируется управляющее воздействие  $\vec{u}_1$  имеющее две компоненты ( $|u_1|, \varphi_1$ ) — длина вектора управляющего воздействия и угол поворота вектора.

Вторая нейронная сеть вырабатывает управление, направленное на сближение объектов при нулевой начальной скорости.

На входные нейроны контроллера подается три величины:  $|\Delta|$  — длина вектора,  $\beta$  — угол поворота вектора  $\Delta$  относительно оси абсцисс,  $\gamma$  — угол поворота  $\Delta$  относительно плоскости  $Oxy$ . Положение вектора  $\Delta$  задается в сферических координатах.



На выходе второй нейронной сети формируется управляющее воздействие  $\vec{u}_2$  имеющее три компоненты  $(|u_2|, \varphi_2, \phi_2)$  — длина вектора управляющего воздействия, угол поворота вектора относительно оси абсцисс, угол поворота вектора относительно плоскости  $Oxy$ .

Целью обучения является определение оптимальных значений синаптических параметров, обеспечивающих минимум оценки качества работы НСУ при подаче на ее вход тренировочных сигналов.

Для обучения нейронных сетей, лежащих в основе нейроконтроллера использовались две стратегии создания тренировочных сигналов:

- создание обучающей выборки равномерной по диапазонам входных параметров,
- создание обучающей выборки по траекториям убегающего и преследователя.

После обучения построенный нейроконтроллер вырабатывал управление преследователя, с помощью которого отслеживал убегающего при любом его поведении и любых начальных координатах. При этом управление является оптимальным по времени (обучающие выборки формировались по методам, вырабатывающим оптимальное управление).

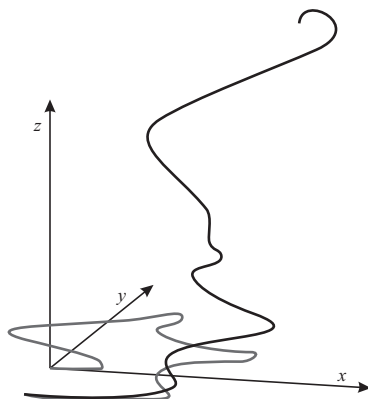


Рис. 2. Траектории преследователя и убегающего.

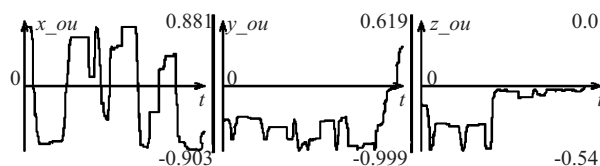


Рис. 3. Компоненты управления преследователя.

На рис. 2 показаны траектории убегающего, преследователя, а на рис. 3 показаны управления преследователя, выработанные контроллером, при следующих начальных данных:  $\alpha = 2, \beta = 2, \rho = 1, \sigma = 0.9, x_1 = 1, x_2 = 10, x_3 = 3, Vx_1 = 0, Vx_2 = Vx_3 = 0.5, y_1 = 0, y_2 = 0, Vy_1 = Vy_2 = 0$ . Мягкая посадка была осуществлена за 37.42 сек.

В следующем подходе использовался генетический алгоритм для обучения МНС.

На первом этапе происходит настройка управления преследователя, направленная на достижение мягкой посадки. На втором этапе выполняется минимизация времени посадки.

Обозначим через  $W$  набор всех синаптических весов сети, лежащей в основе нейроконтроллера. Тогда функция ошибки имеет вид:

$$E(W) = \begin{cases} \sum_{k=1}^m \sum_{i=1}^n (|\Delta_i|^2 + |\dot{\Delta}_i|^2), \\ 1000|\Delta_z|, \Delta_z > 0, \end{cases}$$

где  $m$  — мощность обучающей выборки,  $n$  — длина траектории.  $E$  зависит от всех синаптических весов нейронов рассматриваемой сети, то есть в данном случае является функцией от нескольких сотен переменных.

Минимизируя функцию  $E$ , получаем такой набор весов сети, при котором контроллер может вырабатывать нужное управление преследователя направленное на достижение условий мягкой посадки. Кроме того, функция ошибки предусматривает штраф за нарушение фазового ограничения  $x_3 < 0$  и стимулирует выполнение этого ограничения.

Введем функцию ошибки:  $F(W) = \sum_{k=1}^m T_k^2$ , где  $T$  — время, необходимое на выполнение мягкой посадки.

Минимизируя функцию  $F$ , получаем такой набор весов сети, при котором контроллер вырабатывает управление преследователя, причем за минимальное время. В данном случае управление преследователя  $u$  заранее неизвестно, следовательно, нельзя определить и ошибку управления. Генетический алгоритм настраивает параметры нейроконтроллера не по ошибке в управлении  $u$ , а по ошибке в выходе объекта, сравнивая его с выходом эталонной модели.

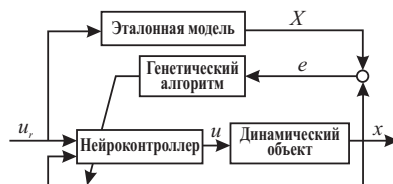


Рис. 4. Применение генетического алгоритма для настройки параметров МНС.

Таким образом, двухкритериальная задача минимизации:  $E(W) \rightarrow \min$ ,  $F(W) \rightarrow \min$  решается с помощью генетического алгоритма.

Предлагаемые системы управления, алгоритмы обучения реализованы программно. Алгоритм обучения контроллера на основе сети обратного распространения реализован на языке  $C++$  в программе BackProp. Выбор языка обусловлен высокой производительностью программного кода. Программа состоит из файлов backprop.cpp, backprop.h, реализующие основные функции, необходимые при

работе с нейронной сетью и класса NeuralNet.cpp, реализующий управление обучением сети. Параметры обучения, структура сети, файл с обучающей выборкой задаются в конфигурационном файле перед началом работы приложения.

Моделирующая программа и генетический алгоритм обучения контроллера реализованы на языке Java в программе Soft Landing. Программа Soft Landing позволяет пользователю выбирать параметры, начальные положения объектов и в режиме реального времени моделировать процесс сближения. Пользователь может интерактивным образом управлять движением убегающего объекта. Также программа позволяет моделировать процесс сближения с помощью контроллера постоянного на основе МНС сети обратного распространения. Для этого во время исполнения подгружаются файлы с весами нейросети, сгенерированные приложением BackProp.

## Заключение

Принятый в работе подход позволяет наполнять базу моделей (обобщающих (1), (2)), методов, алгоритмов интеллектуализированной системы управления, предназначенной для решения задач преследования и моделирования возможных ситуаций в интерактивном режиме. Нейросетевой подход позволяет объединять в общую систему дифференциальных уравнений как уровни, описывающие динамику объектов, так и систему дифференциальных уравнений описывающих обучение МНС, а тем самым определять параметры, обеспечивающие устойчивость обучения [23]. МНС позволяют моделировать структуры многозначных отображений (область достижимости, управляемости) применяемых в задачах оптимального быстрогодействия [24] и алгоритмы двумерных задач преследования [25].

## Список цитируемых источников

1. *Айзекс Р.* Дифференциальные игры / Р. Айзекс. Под ред. М. И. Зеликина с предисловием Л. С. Понтрягина. — М.: Мир, 1967. — 479с.
2. *Понтрягин Л. С.* Математическая теория оптимальных процессов / [Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф.]. — М.: Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., изд. 3-е, 1976. — 392 с.
3. *Красовский Н. Н.* Игровые задачи о встрече движений / Н. Н. Красовский. — М.: Наука, 1970. — 420 с.
4. *Красовский Н. Н.* Управление динамической системой: задаче о минимуме гарантированного результата / Н. Н. Красовский — М.: Наука, 1985. — 420с.
5. *Красовский Н. Н., Субботин А. И.* Позиционные дифференциальные игры / Н. Н. Красовский — М.: Наука, 1974. — 340с.
6. *Субботин А. И.* Минимаксные неравенства и уравнения Гамильтона-Якоби / А. И. Субботин — М.: Наука, 1991. — 400с.
7. *Понтрягин Л. С.* Линейные дифференциальные игры преследования // Математический сборник. 1980. — Т.112. — №3.
8. *Пшеничный Б. П.* Структура дифференциальных игр // ДАН СССР, 1969. — Т.184. — №2. — С.285-287.

9. *Понтрягин Л. С.* Избранные научные труды / Понтрягин Л. С. — Т.2. — М.: Наука, 1988. — 450с.
10. *Понтрягин Л. С.* Линейная дифференциальная игра убегания // Труды математического института АН СССР, 1971. — Т.112. — С 30-63.
11. *Понтрягин Л. С.* Задача об уклонении от встречи в линейных дифференциальных играх / Понтрягин Л. С., Мищенко Е. Ф. // Дифференциальные уравнения, 1971. — Т.7. — №3. — С. 436-445.
12. *Albus J., Meystel A.* The Eagle Snatch, Intelligent Systems: A Semiotic Perspective, Proceedings of the 1996 International Multidisciplinary Conference, NIST, Gaithersburg, 1996, USA.
13. *Альбус Дж.* Аналитический метод решения игровой задачи о «мягкой посадке» для движущихся объектов./[Альбус Дж., Мейстел А., Чикрий А. А., Белоусов А. А., Козлов А. И.] // Кибернетика и системный анализ, январь-февраль 2001, — Киев: Институт Кибернетики, 2001.
14. *Chikrii A. A.* Game problem on soft landing for moving object //Proc. of the Intern Conf. on Intelligent Systems and Semiotics, NIST, 1997, — Gaitherburg (USA), 1997.
15. *Петров Н. Н.* Конфликтно управляемые процессы со многими участниками и дополнительными ограничениями: автореф. дисс. на соискание учен. степени доктора ф.-м. наук: спец. 01.01.02. «Дифференциальные уравнения» / Н.Н. Петров. — Екатеринбург, 2007. — 33 с.
16. *Черноусько Ф. Л.* Игровые задачи управления и поиска / Черноусько Ф. Л., Меликян А. А. — М.: Наука, 1978. — 248с.
17. *Пшеничный Б. Н.* Дифференциальные игры / Пшеничный Б. Н., Остапенко В. Б. — Киев.: Наукова думка, 1992. — 325с.
18. *Чикрий А. А.* Конфликтно управляемые процессы / Чикрий А. А. — Киев.: Наукова думка, 1992. — 320с.
19. *Григоренко Н. Л.* Математические методы управления несколькими динамическими процессами / Григоренко Н. Л. — М.: Изд-во Московского ун-та, 1990. — 280с.
20. *Петросян Л. А.* Дифференциальные игры преследования / Петросян Л. А. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. — 400с.
21. *Рихсиев Б. Б.* Дифференциальные игры с простым движением / Рихсиев Б. Б. — Ташкент.: Фан, 1989. — 420с.
22. *Пшеничный Б. П.* Простое преследование несколькими объектами // Кибернетика, 1976. — №3. — С 145-146.
23. *Терехов В. А.* Нейросетевые системы управления / В. А. Терехов, Д. В. Ефимов, И. Ю. Тюкин. Кн. 8: Учебное пособие для вузов. Общая ред. А.И. Галушкина. — М.: ИПРЖР, 2002. — 480 с. (Нейрокомпьютеры и их приложение)
24. *Благодатских В. И.* Введение в оптимальное управление (линейная теория) / В. И. Благодатских. Под ред. В. А. Садовниченко. — М.: Высш.шк., 2001. — 239 с.
25. *Варламова А. Г.* Групповое преследование одним преследователем нескольких преследуемых в пространстве / Варламова А. Г. // Математические заметки ЯГУ. — Якутск, 2006. — Т.13, №1. — 50-57.

Получена 11.03.2011