

УДК 539.3+539.215+532.546+622.276

Определение фильтрационных свойств пористо-упругой среды на основе решения одной краевой задачи для уравнений Био

А. Р. Сницер

Таврический национальный университет им. В. И. Вернадского,
НИИ Проблем геодинамики,
Симферополь 95007. E-mail: snitser_arnold@yahoo.com

Аннотация. Предложен алгоритм определения гидропроводности и скорости фильтрационных волн давления для пористо-упругой насыщенной жидкостью среды. Алгоритм основан на решении краевой задачи для уравнений Био о гармоническом вибровоздействии на поверхность скважины и является обобщением исследования продуктивных пластов методом фильтрационных волн давления на случай среды Био. Полученный алгоритм эффективен в широком диапазоне частот воздействия на среду.

Ключевые слова: теория М. Био, метод фильтрационных волн давления, гидропроводность, скорость фильтрационных волн давления, пористо-упругая насыщенная жидкостью среда, скважина, дебит.

Введение

В монографии С. Н. Бузинова, И. Д. Умрихина [1] получены формулы для определения коэффициентов гидро- и пьезопроводности пористых насыщенных жидкостью пластов методом гармонических фильтрационных волн давления (ФВД). Для описания движения жидкости использована модель классического упругого режима фильтрации В. Н. Щелкачева [13], в основу которой положен закон Дарси, линейно связывающий скорость фильтрации с градиентом порового давления, а для определения порового давления — хорошо исследованное в математической физике уравнение теплопроводности [5]. В последнем вместо температуры стоит давление, а вместо коэффициента температуропроводности — коэффициент пьезопроводности, характеризующий скорость распространения волны давления [3, 13]. Из решения краевой задачи для данной модели и получены формулы для определения коэффициентов κ — пьезо- и k_h — гидропроводности. Эти коэффициенты выражаются через значения модулей гармонически изменяющихся во времени дебита жидкости, давления в скважине и разности фаз между ними, определяемые из решения краевой задачи. Если амплитуды дебита и давления в скважине и разности фаз между их временными изменениями измерить в натуральных условиях при помощи специальной аппаратуры и подставить в эти формулы, то мы получим фильтрационные параметры среды. Данный способ определения коэффициентов

k_h и κ , входящих в закон Дарси и уравнение пьезопроводности, представляет, в сущности, решение обратной задачи [4] по отношению к прямой задаче плоскорадиальной фильтрации.

При исследовании околоскважинного пространства методом ФВД в рамках указанной модели используются динамические воздействия на среду с частотами менее 1 Гц. Так натурные исследования пластов методом гармонических ФВД описанные в работах [2, 6] соответствуют колебаниям дебитов и давлений в скважине с частотой милли- и микрогерцового диапазона. При этом учитываются фильтрационно-гидродинамические, а не упруго-акустические эффекты.

Для учета не только таких фильтрационных параметров насыщенной пористой среды как проницаемость, пористость, вязкость и сжимаемость жидкости, использованных в данной классической упругой модели фильтрации, но также упругих свойств скелета и взаимодействия фаз, применяется хорошо зарекомендовавшая себя модель и теория М. Био для пористо-упругой насыщенной жидкостью среды [15]. Модель М. Био учитывает упругие, вязкостные и инерционные взаимодействия фаз, а также содержит поправки в случае отклонения от закона Дарси, позволяющие применять модель в широком диапазоне частот воздействия на пласт ($0.001 - 10^6$ Гц) и более полно и адекватно описывает реальные породы. Следует отметить, что согласно теории Био перетоки жидкости в среде обусловлены разностью компонент перемещений твердой и жидкой фаз, связанных с медленной продольной волной. Существование последней, наряду с обычными продольной и поперечной упругими волнами, впервые было установлено Я. Френкелем [11] и позднее получило экспериментальное подтверждение [17].

Фильтрационные параметры входят в решения краевых задач для уравнений динамики Био более сложным образом, чем в решения аналогичных задач классической упругой фильтрации. Поэтому и реализация обратной задачи о нахождении фильтрационных параметров среды по решению краевой задачи в рамках модели Био значительно усложняется. Однако, указанные выше преимущества этой модели представляются достаточно убедительным стимулом для решения обратной задачи в этом случае.

В данной статье определяется гидропроводность и скорость фильтрационных волн давления, по известному решению краевой задачи для уравнений М.Био, полученному автором в работах [8, 9]. Чтобы не переписывать достаточно громоздкие выражения и данные, представленные в указанных работах, в дальнейшем, по мере необходимости, будем использовать ссылки на соответствующие номера формул.

1. Краевая задача для уравнений Био о гармоническом воздействии на поверхность скважины

В работе [9] в рамках теории Био рассмотрена краевая задача о притоке жидкости из продуктивного пласта при гармоническом воздействии проницаемой нагрузкой на поверхность скважины в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде. Пласт расположен на заданной глубине H_d от дневной поверхности весомой

породы. Приведем здесь лишь необходимые в дальнейшем некоторые данные и результаты решения этой задачи.

В отсутствии гармонического воздействия на скважину имеет место стационарная фильтрация жидкости из пласта в скважину и дебит определяется постоянной независимой от времени величиной

$$Q_{st} = -2\pi h k_{pr} p_{\infty} / \theta_0 \ln(r_c/a), \quad (1)$$

где k_{pr} — коэффициент проницаемости пласта; θ_0 — динамическая вязкость поровой жидкости; h — мощность пласта; a — радиус скважины; r_c — радиальное расстояние от оси скважины, на котором поровое давление (с заданной точностью) мало отличается от пластового давления

$$p_{\infty} = \rho_f g H_d = const, \quad (2)$$

здесь ρ_f — плотность поровой жидкости, g — ускорение свободного падения.

При нагружении поверхности скважины заданной проницаемой нагрузкой, гармонически изменяющейся во времени

$$\Delta p = p_1 \cos \omega t, \quad (3)$$

появляется дополнительный дебит жидкости в скважину. Величина динамической составляющей дебита определяется из решения краевой задачи для уравнений М. Био (5*), (6*)¹ с граничными условиями:

$$\sigma_{rr}^s(a, z) = \Delta p = p_1 \cos \omega t, \tau_{rz}^s(a, z) = 0, \sigma^f(a, z) = 0, \quad (4)$$

где индекс s относится к твердой фазе, f — к жидкой; $p_1 = const$ — амплитудное значение нагрузки, приложенной к твердой фазе поверхности скважины.

Решение данной краевой задачи для скорости перемещений жидкой фазы относительно твердой дает:

$$w_0(\omega, t) = i\omega(M_0 - 1)u_0 e^{i\omega t}, \quad (5)$$

где M_0 — комплексный коэффициент пропорциональности между компонентами перемещений жидкой — U_0 и твердой — u_0 фаз, связанных с медленной продольной волной, определяется выражением (23*), а радиальная компонента перемещений твердой фазы u_0 — выражениями (12*), (17*). Необходимое в дальнейшем выражение для перемещений твердой фазы на поверхности скважины представим в виде:

$$\operatorname{Re} u_0 e^{i\omega t} = |u_0| \cos(\varphi + \omega t), \quad \varphi = \arg(u_0). \quad (6)$$

¹Здесь и далее ссылки на номера формул из работы [9] будут наделяться дополнительным знаком (*).

Умножая скорость фильтрации (5) на площадь поверхности скважины примыкающей к пласту мощности h и отделяя вещественную часть, мы получаем выражение для изменяющейся во времени динамической составляющей дебита жидкости:

$$\Delta Q_{din}(\omega, t) = 2\pi ah\omega |M_0 - 1| |u_0| \cos(\pi/2 + \chi_0 + \omega t), \quad (7)$$

где

$$\chi_0 = \arg[(M_0 - 1)u_0]. \quad (8)$$

Заметим, что все приведенные величины относятся к поверхности скважины $r = a$ (в дальнейших расчетах принимаем $a = 0.3\text{м}$). Во всей работе аргументы комплексных величин Z будем считать положительными и непрерывно изменяющимися от 0 до 2π при отсчете углов от положительного направления вещественной оси против часовой стрелки так что

$$\arg Z = \begin{cases} \arccos(\operatorname{Re}Z/|Z|), & \text{если } \operatorname{Im}Z \geq 0; \\ 2\pi - \arccos(\operatorname{Re}Z/|Z|), & \text{если } \operatorname{Im}Z < 0. \end{cases} \quad (9)$$

С учетом стационарной составляющей дебита (1), связанной с пластовым давлением и динамической составляющей дебита (7), обусловленного динамическим нагружением скважины, выражение для полного дебита в зависимости от времени примет вид

$$Q(t) = Q_{st} + \Delta Q_{din}(\omega, t). \quad (10)$$

При фильтрации скорость движения жидкости и градиент порового давления имеют разные знаки (что отражено в законе Дарси). Поэтому, как показано в работе [9], только на части периода $\Delta\tau \in T$ при условии противоположности знаков выражений $\operatorname{Re}w_0(\omega, t)$ и $\operatorname{Re} \operatorname{grad} p_0^{din}(\omega) e^{i\omega t}$ и направленности скорости против радиальной оси имеет место приток жидкости в скважину, связанный с гармоническим воздействием на ее поверхность. Величину $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$ находим, используя выражения:

$$\tau_1 = (2\pi - \chi_0)/\omega, \quad \tau_2 = (5\pi/2 - \phi_0)/\omega, \quad (11)$$

где χ_0 определяется согласно (8), а ϕ_0 является аргументом комплексной амплитуды градиента порового давления связанного с продольной волной 2-го рода:

$$\phi_0 = \arg \operatorname{grad} p_0^{din}(\omega). \quad (12)$$

На рис. 1 приведены изменения во времени нагрузки Δp — (3) и перемещения твердой фазы $|u_0| \cos(\omega t + \varphi)$ — (6) на поверхности скважины, а на рис. 2 полного дебита жидкости $Q(t)$ — (10). Указанные зависимости просчитаны при значениях упругих параметров жидкой и твердой фаз, определяемых данными (31*), взятыми из работы [16], при коэффициентах проницаемости, пористости и динамической вязкости соответственно равных $k_{pr} = 10^{-9}\text{м}^2$, $m = 0.25$, $\theta_0 = 10^{-3}\text{Н}\cdot\text{с}/\text{м}^2$, на частоте $f = 100.42\text{Гц}$. Коэффициент внутреннего трения [9] и коэффициент Пуассона брались соответственно равными $\gamma = 0.5$ и $\nu = 0.25$.

Из рисунка 1 видно, что нагрузка и перемещение сдвинуты по фазе на величину $\varphi = \text{arg}u_0$, которую можно определить непосредственно из графиков. Из рисунка 2 видно, что на отрезках $t \in (\tau_1 + nT, \tau_2 + nT)$, появляются динамические добавки к постоянной составляющей дебита, вычисленного согласно формулам (1), (2) при $\rho_f = 9.94 \cdot 10^2 \text{кг/м}^3$, $H_d = 1000\text{м}$, $r_c = 1000\text{м}$, $h = 1\text{м}$. Из подобных графиков, полученных из натуральных наблюдений можно определять моменты времени τ_1 и τ_2 и отрезок времени $\Delta\tau = \tau_1 - \tau_2$, в течение которого за период колебания происходит приток жидкости в скважину, обусловленный динамическим воздействием на ее поверхность.

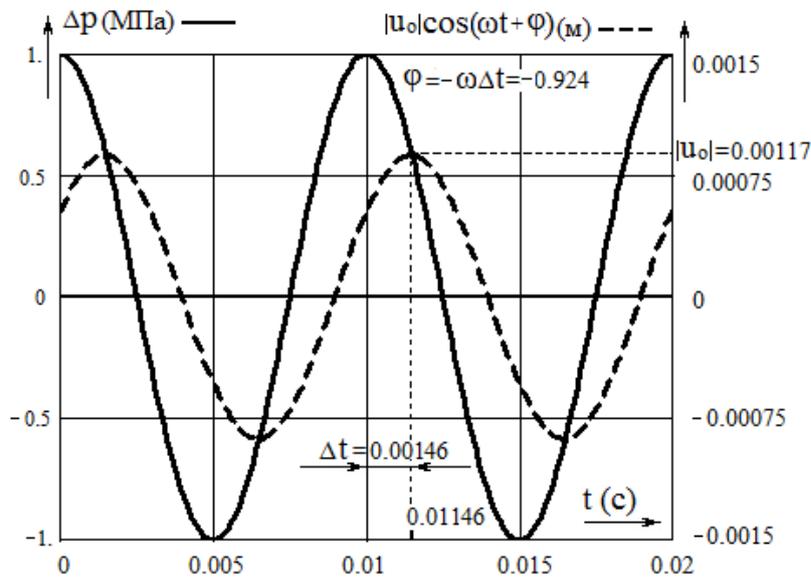


Рис. 1. Зависимости изменения радиальной нагрузки и перемещения поверхности скважины от времени. Приведенные графики рассчитаны при параметрах: $k_{pr} = 10^{-9}\text{м}^2$, $m = 0.25$, $\theta_0 = 10^{-3}\text{Н}\cdot\text{с/м}^2$, $a = 0.3\text{м}$, $\gamma = 0.5$, $\nu = 0.25$, $f = 100.42\text{Гц}$. Из подобных графиков, полученных при натуральных наблюдениях можно определить амплитудные значения радиальной нагрузки, перемещения и разность фаз между ними.

Интегрирование выражения (7) на отрезке $t \in (\tau_1, \tau_2)$, дает динамическую составляющую дебита жидкости в скважину за период колебания T :

$$\Delta Q_{din}^{(T)}(\omega) = -2\pi ah |M_0 - 1| |u_0| \{1 + \sin(\chi_0 - \phi_0)\}, \tag{13}$$

Зная $\Delta\tau$ из выражений (11) находим $\chi_0 - \phi_0 = \omega\Delta\tau - \pi/2$ и, в итоге, выражение (13) приобретает вид:

$$\Delta Q_{din}^{(T)}(\omega) = -2\pi ah |M_0 - 1| |u_0| (1 - \cos \omega\Delta\tau). \tag{14}$$

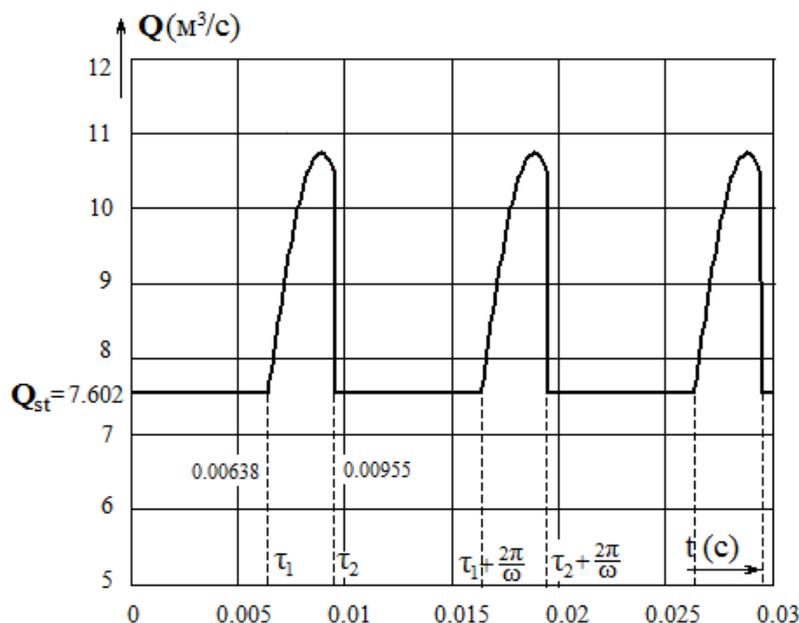


Рис. 2. Зависимости изменения дебита жидкости от времени. Приведенный график рассчитан при параметрах: $k_{pr} = 10^{-9} \text{м}^2$, $m = 0.25$, $\theta_0 = 10^{-3} \text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$, $a = 0.3 \text{м}$, $\gamma = 0.5$, $\nu = 0.25$, $f = 100.42 \text{Гц}$. Из подобного графика, полученного при натуральных наблюдениях можно определить моменты времени τ_1 и τ_2 и отрезок времени $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$, в течение которого за период колебания происходит приток жидкости в скважину, обусловленный динамическим воздействием на ее поверхность.

Заметим, что за время равное любому целому числу периодов $t = nT$ приток жидкости в скважину составит

$$Q^{(nT)} = nTQ_{st} + n\Delta Q_{din}^{(T)}. \quad (15)$$

Из равенства (15) можно выразить изменение дебита, обусловленное гармоническим воздействием на поверхность скважины, за время $t = nT$:

$$\Delta Q_{din}^{(nT)} = n\Delta Q_{din}^{(T)} = Q^{(nT)} - nTQ_{st}. \quad (16)$$

2. Задача определения гидропроводности и скорости фильтрационных волн давления

Определение коэффициентов дифференциальных уравнений по решениям соответствующей краевой задачи является одним из типов обратных задач [4]. Поставим задачу: через решение уравнений М. Био — (5*), (6*), при краевых условиях (4), определить коэффициент гидропроводности

$$k_h = k_{pr}h/\theta_0 \quad (17)$$

пласта мощности h и скорость \bar{c}_0 распространения фильтрационных волн давления. Через коэффициент гидропроводности можно выразить диссипативный член b , входящий в слагаемое уравнений Био, учитывающее силу фильтрационного трения W_1 , которое определяется законом Дарси–Герсеванова [7, 12]:

$$W_1 = b \frac{\partial}{\partial t} (\vec{U} - \vec{u}). \quad (18)$$

В (18) \vec{U} , \vec{u} — вектора перемещений жидкой и твердой фаз, а множитель b выражается через коэффициенты пористости — m , проницаемости — k_{pr} , динамической вязкости жидкости — θ_0 и введенную М. Био корректировочную функцию $F(\omega)$ [15]:

$$b = \frac{m^2 \theta_0}{k_{pr}} F(\omega), \quad (19)$$

$$F(\omega) = \begin{cases} 1, & \omega < \omega_1; \\ \frac{kT(k)}{4[1-2T(k)/ik]}, & \omega > \omega_1. \end{cases} \quad T(k) = e^{i\pi/4} I_1(ke^{i\pi/4})/I_0(ke^{i\pi/4}), \quad (20)$$

$$k = a_2 \sqrt{\omega \rho_f / \theta_0}, \quad a_2 = \eta \sqrt{k_{pr}/m}, \quad \omega_1 = \pi \theta_0 / 4 \rho_f d^2, \quad (21)$$

где: $I_0(z)$, $I_1(z)$ — модифицированные функции Бесселя; a_2 — структурный коэффициент, η — коэффициент, учитывающий геометрию пор (поры предполагаются сферическими, для которых эксперимент дает $\eta = 3.2$ [14]); ω_1 — предельная частота, до которой течение жидкости в порах подчиняется закону Пуазейля [7, 15]; $d = 2a_1$ — эффективный диаметр пор (в дальнейшем при расчетах будем принимать $a_1 = 8 \cdot 10^{-5}$ м). В силу (17) и (21) величину k , входящую в выражение для функции $F(\omega)$, можно представить в виде:

$$k = \eta \sqrt{\frac{\omega \rho_f}{mh}} k_h, \quad (22)$$

и тогда диссипативный член b с учетом (17), (19) и (22) запишем как функцию k_h :

$$b = \frac{m^2 h}{k_h} F(k_h). \quad (23)$$

Таким образом, при заданном коэффициенте пористости среды m и плотности поровой жидкости ρ_f задача определения гидропроводности k_h для заданной частоты ω воздействия на скважину эквивалентна проблеме определения коэффициента b уравнений Био через решение рассмотренной краевой задачи, т.е., является по отношению к ней обратной задачей. Идея реализации такой задачи состоит в решении системы двух уравнений относительно неизвестной k — (21) и неизвестной \tilde{z}_0 , о которой будет сказано ниже. Одно из уравнений системы — трансцендентное, содержащее неизвестные k и \tilde{z}_0 , другое — квадратное уравнение для определения \tilde{z}_0 . Члены этих уравнений выражаются через известные упругие

параметры среды и взятые из натуральных наблюдений величины, характеризующие фильтрацию жидкости. Согласно (22), через корень k — (21) трансцендентного уравнения выражается коэффициент гидропроводности k_h , а через корень \tilde{z}_0 квадратного уравнения — скорость \bar{c}_0 фильтрационных волн давления.

Для получения системы уравнений используем тот факт, что через параметры k_{pr} и θ_0 , определяющие коэффициент гидропроводности k_h , а вместе с ним и диссипативный член b , выражается также комплексная величина M_0 — (23*) и волновое число \bar{k}_0 медленной продольной волны. Последнее зависит от комплексного нуля z_0 полинома 2-й степени, коэффициенты которого также зависят от b [9]:

$$L(z) = \alpha z^2 - \beta z + \gamma, \quad L(z_0) = 0, \quad (24)$$

$$\bar{k}_0^2 = \frac{\omega^2 \rho}{H} z_0. \quad (25)$$

Коэффициенты полинома (24) выражаются через матричные элементы $\rho_{i,j}$, $q_{i,j}$, $\gamma_{i,j}$, характеризующие упругие свойства двухфазной среды согласно (21*), (22*), а в коэффициенты β и γ линейно входит диссипативный член b , и таким образом корень z_0 полинома (24) также зависит от фильтрационных параметров среды; параметры ρ , H определены в данных (31*).

Получим трансцендентное уравнение для определения k . Его левую часть возьмем в виде явного выражения (19) для коэффициента b , а правую — представим этим же коэффициентом, исключенным из уравнения $L(z_0) = 0$. При этом комплексный нуль z_0 будет заменен на \tilde{z}_0 , найденный из некоторого квадратного уравнения, коэффициенты которого выражаются через известные упругие константы двухфазной среды и данные, взятые из натуральных измерений. Выражая b из уравнения $L(z_0) = 0$, получим:

$$b = G(z_0) = i\rho\omega(\alpha z_0^2 - \beta_1 z_0 + \gamma_1)/(z_0 - 1), \quad (26)$$

где

$$\alpha = q_{11}q_{22} - q_{12}^2, \quad \beta_1 = q_{11}\gamma_{22} + q_{22}\gamma_{11} - 2q_{12}\gamma_{12}, \quad (27)$$

$$\gamma_1 = \gamma_{11}\gamma_{22} - \gamma_{12}^2, \quad \rho = \rho_{11} + \rho_{22} + 2\rho_{12}. \quad (28)$$

Приравнявая выражение (19) к функции (26), вычисленной при $z_0 = \tilde{z}_0$, приходим к трансцендентному уравнению для определения величины k — (22):

$$\frac{k}{[G(\tilde{z}_0)]^{-1} - 2i} = T(k). \quad (29)$$

Правая часть уравнения (29) определена выражением (20). Зная решение полученного уравнения, из соотношения (22) легко найти коэффициент гидропроводности k_h .

Исходными данными для получения квадратного уравнения, определяющего корень \tilde{z}_0 , необходимый для отыскания скорости \bar{c}_0 и решения трансцендентного уравнения (29), будем считать результаты решения краевой задачи, физические

параметры среды (31*), исключая коэффициенты проницаемости — k_{pr} и динамической вязкости жидкости — θ_0 , и взятые из натуральных наблюдений характеристики:

- 1) амплитуды p_1 и $|u_0|$ гармонически изменяющихся во времени давления и радиальной компоненты перемещения на твердой части (скелете) поверхности скважины и разность фаз между ними φ , взятые соответственно из экспериментальных графиков зависимостей (3) и (6), подобных расчетным кривым, приведенным на рис. 1;
- 2) время $\Delta\tau = \tau_2 - \tau_1$ притока жидкости, в пределах периода колебаний, связанного с гармоническим воздействием на поверхность скважины и момент времени τ_1 , определяемые из экспериментального графика изменения во времени полного дебита $Q(t)$ — (10), подобного расчетной кривой, приведенной на рис. 2;
- 3) разность между полным дебитом (при динамическом воздействии на скважину) и стационарным дебитом, обусловленным только пластовым давлением, за время натуральных наблюдений равное целому числу периодов колебаний (для определения динамической составляющей $\Delta Q_{din}^{(T)}$ дебита жидкости за период колебания).

Получим уравнение для определения комплексного корня \tilde{z}_0 . Из выражения (14) находим:

$$|M_0 - 1| = -\frac{\Delta Q_{din}^{(T)}(\omega)}{2\pi ah|u_0|(1 - \cos \omega \Delta\tau)}. \quad (30)$$

В силу (16), зная измеренные величины дебитов $Q^{(nT)}$ и nTQ_{st} (пункт 3), можно вычислить входящую в выражение (30) динамическую составляющую дебита за период — $\Delta Q_{din}^{(T)}(\omega)$:

$$\Delta Q_{din}^{(T)} = (Q^{(nT)} - nTQ_{st})/n \quad (31)$$

В (30) a — радиус скважины, h — мощность пласта, ω — заданная циклическая частота колебаний, $|u_0|$ и $\Delta\tau$ согласно пунктам 1), 2) считаются известными определяемыми из графиков наблюдений, подобных изображенным на рис. 1 и рис. 2.

Из выражения (8) следует:

$$\arg(M_0 - 1) = \chi_0 - \arg u_0. \quad (32)$$

По кривой наблюдения изменения во времени полного дебита жидкости, как на рис. 2, определяем значение τ_1 , а затем из выражения (11) находим:

$$\chi_0 = 2\pi - \omega\tau_1. \quad (33)$$

В итоге аргумент комплексной величины $M_0 - 1$ выражается через известные из наблюдений величины τ_1 и φ :

$$\psi = \arg(M_0 - 1) = 2\pi - \omega\tau_1 - \varphi. \quad (34)$$

Таким образом, формулы (30) и (34) определяют комплексную величину $(M_0 - 1)$ по данным наблюдений:

$$M_0 - 1 = |M_0 - 1|e^{i\psi} = C. \quad (35)$$

С другой стороны, из решения краевой задачи нам известна комплексная величина M_0 , которая согласно (23*) выражается через корень z_0 полинома (24) и диссипативный коэффициент b . Подставляя последний, выраженный согласно (26) через z_0 , в (23*) и вычитая из результата единицу, получим:

$$M_0 - 1 = b_3^{-1}(z_0^2 + A_1 z_0 + B_1)/(z_0^2 + A_2 z_0 + B_2), \quad (36)$$

Приравнивая правые части (35) и (36) после преобразований получим квадратное уравнение для определения комплексного корня \tilde{z}_0 :

$$A^* \tilde{z}_0^2 + B^* \tilde{z}_0 + C^* = 0, \quad (37)$$

$$\tilde{z}_0 = \frac{-B^* - \sqrt{B^{*2} - 4A^*C^*}}{2A^*}, \quad (38)$$

где

$$A^* = Cb_3 - 1, \quad B^* = Cb_3A_2 - A_1, \quad C^* = Cb_3B_2 - B_1; \quad (39)$$

$$A_1 = -(b_1 + 1), \quad A_2 = b_2 - \beta_1/\alpha, \quad (40)$$

$$B_1 = b_1, \quad B_2 = -(b_2 - \gamma_1/\alpha) \quad (41)$$

$$b_1 = [q_{22}(\gamma_{11} + \gamma_{12}) - q_{12}(\gamma_{22} + \gamma_{12})]\alpha^{-1}, \quad (42)$$

$$b_2 = (q_{12}\gamma_{22} - q_{22}\gamma_{12})/\alpha(q_{12} + q_{22}), \quad (43)$$

$$b_3 = -\alpha(q_{12} + q_{22})/(q_{11}q_{22} - q_{12}^2), \quad (44)$$

β_1, γ в (40), (41) определяются согласно (27), (28).

Отметим, что значение константы C — (35), входящей в коэффициенты квадратного уравнения (37) зависит от величин, определяемых из натуральных наблюдений, неявно характеризующих фильтрационные параметры среды, в то время как величины A_1, A_2, B_1, B_2 отвечают только за ее упругие свойства. Таким образом, получена система уравнений (29), (37) для определения неизвестных \tilde{z}_0 и k . Из квадратного уравнения (37) находим корень \tilde{z}_0 , соответствующий медленной продольной волне. Подставляя корень \tilde{z}_0 в трансцендентное уравнение (29) и решая его, находим k , а затем из (22) определяем коэффициент гидропроводности:

$$k_h = \left(\frac{k}{\eta}\right)^2 \frac{mh}{\omega\rho_f} \quad (45)$$

Используя соотношение (25) и значение корня \tilde{z}_0 , находим скорость \bar{c}_0 медленной продольной волны, с которой распространяется и фильтрационная волна давления:

$$\bar{c}_0 = \frac{\omega}{\tilde{k}_0} = \sqrt{\frac{H}{\rho\tilde{z}_0}}. \quad (46)$$

3. Тестирование алгоритма решения обратной задачи

Опираясь на решение прямой краевой задачи, и полагая заданными все параметры пористо-упругой среды в соответствии с данными (31*) при $k_{pr} = 10^{-9} \text{м}^2$, $\theta_0 = 10^{-3} \text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2$, $m = 0.25$ и частоте $f = 100.42 \text{Гц}$, вычисляем коэффициент гидропроводности k_h и скорость \bar{c}_0 фильтрационных волн давления непосредственно, согласно формулам (17), (46):

$$k_h = \frac{k_{pr} h}{\theta_0} = 10^{-6} \text{м}^2 / \text{Н} \cdot \text{с}, \quad \text{Re} \bar{c}_0 = 314.843 \text{м} / \text{с}. \quad (47)$$

С другой стороны, принимая заданными в соответствии с теми же данными (31*) только упругие характеристики среды (считая коэффициенты k_{pr} и θ_0 неизвестными), и, следуя предложенному алгоритму определения k_h и \bar{c}_0 , определяем величины $\Delta Q_{din}^{(T)}$, $|u_0|$, τ_1 , $\Delta\tau$ и φ , необходимые для нахождения комплексной константы C , входящей в коэффициенты A^* , B^* и C^* квадратного уравнения (37). С целью тестирования алгоритма указанные величины вычисляем по точным формулам, вытекающим из решения прямой краевой задачи [9], тогда получим: $\Delta Q_{din}^{(T)} = 1.14 \cdot 10^{-3} \text{м}^3$, $|u_0| = 1.17 \cdot 10^{-3} \text{м}$, $\tau_1 = 6.385 \cdot 10^{-3} \text{с}$, $\Delta\tau = 3.164 \cdot 10^{-3} \text{с}$, $\varphi = -0.924$. Далее, согласно алгоритму по формулам (30), (34) и (35), соответственно, находим $|M_0 - 1| = 2.3$, $\psi = 2\pi - \omega\tau_1 - \varphi = 3.179$ и $C = -2.298 - i \cdot 0.086$. Далее через константу C и выражения (40) – (44), характеризующие только известные упругие свойства среды, вычисляем коэффициенты квадратного уравнения (37). Решение последнего дает корень $\tilde{z}_0 = 4.778 - i3.067$. Решая численно трансцендентное уравнение (29) при полученном значении \tilde{z}_0 , находим его корень $-k = 5.068$. По формулам (45), (46) вычисляем:

$$k_h = 9.998 \cdot 10^{-7} \frac{\text{м}^5}{\text{Н} \cdot \text{с}} = 9.798 \cdot 10^4 \frac{\text{дарси} \cdot \text{см}}{\text{сп}}, \quad \text{Re} \bar{c}_0 = 314.843 \frac{\text{м}}{\text{с}}. \quad (48)$$

Результаты расчета (47), основанного на решении прямой краевой задачи и результаты расчета (48), согласно алгоритму решения обратной задачи, совпадают. Такое полное совпадение естественно, так как при реализации алгоритма обратной задачи использовались величины $|u_0|$, $\Delta\tau$, τ_1 , φ , $\Delta Q_{din}^{(T)}$, взятые не из натуральных наблюдений, а соответствующие фиктивные величины, найденные на основе решения прямой краевой задачи с полностью заданными параметрами двухфазной среды (31*).

Заключение

Получен алгоритм численно-экспериментального определения гидропроводности и скорости фильтрационных волн давления в пористо-упругой среде, эффективный в широком диапазоне частот вибровоздействия на среду (0.001 – 10^6 Гц). Оценку устойчивости данного алгоритма позволяет дать численный эксперимент в

сочетании с натурными измерениями параметров процесса фильтрации. В случае нарушения устойчивости алгоритма может потребоваться регуляризация.

Список цитируемых источников

1. Бузинов С. Н. Исследование нефтяных и газовых скважин и пластов. / С.Н. Бузинов, И.Д. Умрихин — М.: Недра, 1984. — 269 с.
2. Гаврилов А. Г. Исследование окрестности скважины методом высокочастотных фильтрационных волн давления / А.Г. Гаврилов, А.Н. Марданшин, М.Н. Овчинников, А.В. Штанин // Нефтегазовое дело. Электронный научный журнал: <http://www.ogbus.ru> — 2007. — С. 1–10.
3. Ентов В. М. Теория фильтрации / В.М. Ентов // Соросовский образовательный журнал — 1998. — № 2 — С. 121–128.
4. Кабанихин С. И. Обратные и некорректные задачи. / С.И. Кабанихин // Наука в Сибири. — 2009. — № 40 — С. 1–7.
5. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А.В. Лыков — М.: Высшая школа, 1967. — 600 с.
6. Овчинников М. Н. Интерпретация результатов исследований пластов методом фильтрационных волн давления / М.Н. Овчинников — Казань: ЗАО «Новое знание», 2003 — 84 с.
7. Сеймов В. М. Колебания и волны в слоистых средах. / В.М. Сеймов, А.Н. Трофимчук, О.А. Савицкий — К.: Наук. думка, 1990. — 224 с.
8. Сницер А. Р. Дисперсия скорости поверхностных волн Био в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде / А.Р. Сницер // Динамические системы. — 2009. — Вып. 27 — С. 93–105.
9. Сницер А. Р. Волны давления и движение жидкости в пористо-упругой насыщенной жидкостью среде при динамических воздействиях / А.Р. Сницер // Динамические системы. — 2011. — Т. 1 (29), №2 — С. 281–297.
10. Трофимчук А. Н. Динамика пористо-упругих насыщенных жидкостью сред. / А.Н. Трофимчук, А.М. Гомилко, О.А. Савицкий — К.: Наук. думка, 2003. — 232 с.
11. Френкель Я. И. К теории сейсмических и сейсмоэлектрических явлений во влажной почве / Я.И. Френкель // Изв.АН СССР. Сер. географическая и геофизическая. — 1944. — 8, №4. — С. 1330–149.
12. Флорин В. А. Основы механики грунтов. / В.А. Флорин — М.: Госстройиздат, 1959. — Т. 1. — 358 с.
13. Щелкачев В. Н. Основы и приложения теории неустановившейся фильтрации. / В.Н. Щелкачев — М., Нефть и газ, 1995. - ч.1 — 586 с., ч.2 — 493 с.
14. Badiou M. From geology to geoacoustics Evaluation of Biot-Stoll sound speed and attenuation for shallow water acoustics / M. Badiou, A.H.-D. Cheng, Y. Mu // J. Acoust. Soc. Amer. — 1998. — 103, №1. — P. 309–320.
15. Biot M. A. Theory of propagation of elastic waves in fluid-saturated porous solid i. low-frequency ii. higher frequency range / M.A. Biot // J. Acoust. Soc. Amer. — 1956. — 28, № 2. — P. 168–191.

16. *Halpern M. R.* Response of poroelastic half-space to steady-state harmonic surface tractions / M.R. Halpern, P. Christiano // *Int. J. Numer and Anal. Meth. Geotech.* — 1986. — 10, №6. — P. 609–632.
17. *Plona T. J.* Observation of a second bulk compressional wave in porous medium at ultrasonic frequencies / T.J. Plona // *Appl. Phys. Let.* — 1980. — 36. — P. 259–261.

Получена 12.11.2012