

УДК 532.593

Дифракция поверхностных гравитационных волн на затопленном цилиндре, расположенном на круговом основании¹

И.Т. Селезов, К.М. Свечникова

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев.

E-mail: *selezov@uninet.kiev.ua; selezov@yandex.ru*

Аннотация. Представлено и анализируется решение стационарной задачи теории дифракции волн на воде на затопленном составном цилиндре. На примере вычисления горизонтальной волновой силы исследуется влияние степени заглубления затопленного препятствия. Показано, что при уменьшении глубины затопления H_1/H_3 или при увеличении волнового числа ka имеет место приближение к резонансной области и достоверность результатов падает. Из проведенных расчетов горизонтальной волновой силы установлена предельная величина волнового числа ka применимости теории.

1. Введение

Проблема дифракционного взаимодействия поверхностных гравитационных волн с различного рода конструкциями и сооружениями была предметом многочисленных исследований [1, 3, 4] и развивается в настоящее время [5, 6, 9]. В большинстве случаев соответствующие задачи дифракции волн рассматривались для выступающих вертикальных цилиндров. В случае затопленных препятствий задача существенно усложняется в связи с наличием дополнительной области между торцом затопленного препятствия и свободной поверхностью. В связи с этим отметим работу [7], в которой исследуется задача дифракции монохроматических волн на полупогруженном круговом цилиндре в зависимости от волнового числа ka (a — радиус цилиндра) при различных d/a (d — глубина жидкости) и различных зазорах между дном и торцом цилиндра h/d . Вычисляется полное поперечное сечение рассеяния [8]: $Q = a \int_0^{2\pi} |A(\theta)|^2 d\theta$, где амплитуда рассеяния

$A(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m A_m \cos m\theta$. Показано, что в случае поля в дальней зоне ($ka \rightarrow 0$) из

¹Работа поддерживается Мин. образования и науки Украины, НИР N 0108U001016.

асимптотических оценок следует, что $Q \sim 4a$. В работе [3] построены решения задачи дифракции волн на затопленном цилиндре и исследуются горизонтальная сила, вертикальная (взвешивающая) сила и опрокидывающий момент. Вычисляется также полное поперечное сечение рассеяния в зависимости от волнового числа ka и показано, что с увеличением a/H (a — радиус цилиндра, H — глубина затопления) полное поперечное сечение рассеяния возрастает, а его экстремум смещается в сторону более высоких величин ka . Обстоятельный анализ волновых нагрузок на элементы офшорных буровых платформ проведен В.В. Яковлевым (Взаимодействие волн с элементами конструкций в зоне шельфа. Глава 4 в [1]).

Конструирование как внебереговых систем на глубокой воде, так и береговых систем в мелкой воде должно быть основано на ясном понимании приложенных нагрузок, особенно экстремальных волновых нагрузок. Необходимо также отметить, что затопленные волноломы становятся популярной альтернативой берегозащиты, когда приемлема умеренная степень прохождения энергии. В этих случаях индуцируются сложные волновые поля, требующие решения задач теории дифракции [5].

В [6] численно и экспериментально исследуются волновые абсорбирующие характеристики затопленного кессонного волнолома с точки зрения оптимальной эффективности волнового абсорбера. Показана высокая эффективность абсорбера в уменьшении отраженных волн при низких частотах.

В последнее время исследуются явления, сопровождающие дифракцию волн. В [9] исследуется экспериментально волновой слемминг при дифракции волн на вертикальном цилиндре. В некоторых случаях рассматривается вертикальный кессонный волнолом кругового поперечного сечения под воздействием поверхностных гравитационных волн, но задача дифракции не исследуется. Предполагается, что результирующая боковая сила известна и прикладывается к оси волнолома.

В настоящем сообщении в потенциальной постановке в рамках волновой модели мелкой воды представлены результаты анализа влияния глубины затопления кругового цилиндра на круговом основании на волновые нагрузки. Отметим, что в случае волновой модели мелкой воды (длинноволновое приближение) задача дифракции поверхностных гравитационных волн аналогична задаче дифракции акустических волн на прозрачном препятствии [2]. Цель статьи состоит в том, чтобы показать как с уменьшением величины затопленности H_1/H_3 нарастают осцилляции волнового поля и волновых нагрузок до некоторой предельной минимальной глубины $\frac{H_{1min}}{H_3}$, когда начинают проявляться эффекты нелинейности и резонансные явления.

2. Постановка и решение задачи

Предполагается, что из бесконечности на препятствие набегают плоские монохроматические волны $e^{i(kx+\omega t)}$, которые дифрагируют на препятствии. Общее поле представляется в виде суммы падающего φ_i и рассеянного φ_s полей: $\varphi = \varphi_i + \varphi_s$.

Задача теории дифракции волн сводится к определению потенциалов скоростей $\varphi_k(r, \theta, t)$, $k = 1, 2, 3$ в трех областях $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ (Рис. 1), как решений волнового

уравнения

$$\frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_k}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial \theta^2} - \frac{1}{c_{sh}^2} \frac{\partial^2 \varphi_k}{\partial t^2} = 0, \quad c_k^{sh} = \sqrt{gH_k}, \quad (1)$$

удовлетворяющих условиям сопряжения на границах раздела областей

$$\varphi_3|_{r=b} = \varphi_2|_{r=b}, \quad H_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial r} \Big|_{r=b} = H_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \Big|_{r=b}, \quad (2)$$

$$\varphi_2|_{r=a} = \varphi_1|_{r=a}, \quad H_2 \frac{\partial \varphi_2}{\partial r} \Big|_{r=a} = H_1 \frac{\partial \varphi_1}{\partial r} \Big|_{r=a}. \quad (3)$$

Кроме того, решение φ_1 должно удовлетворять условию регулярности при $r \rightarrow 0$:

$$|\varphi_1| < \infty \quad \text{при} \quad r = 0. \quad (4)$$

Возмущение задается в виде плоских распространяющихся в отрицательном направлении (Рис. 1) монохроматических волн

$$\varphi_i(x, t) = A e^{i(kx + \omega t)}. \quad (5)$$

После представления функции (5) в виде разложения по цилиндрическим функциям и подстановки в (1)–(4) получаем соответствующую задачу для уравнений Гельмгольца и накладываем условия излучения Зоммерфельда на функцию φ_{3s} :

$$\lim_{r \rightarrow \infty} \sqrt{r} \left(\frac{\partial \varphi_{3s}}{\partial r} + ik_3 \varphi_{3s} \right) = 0, \quad \lim_{r \rightarrow \infty} \varphi_{3s} = 0. \quad (6)$$

Решения, удовлетворяющие условиям (4), (6), записываются в виде

$$\varphi_1 = \sum_{m=0}^{\infty} d_m J_m(k_1 r) \cos m \theta, \quad (7)$$

$$\varphi_2 = \sum_{m=0}^{\infty} [b_m J_m(k_2 r) + c_m N_m(k_2 r)] \cos m \theta, \quad (8)$$

$$\varphi_3 = \sum_{m=0}^{\infty} [\varepsilon_m i^m A J_m(k_3 r) + a_m H_m^{(2)}(k_3 r)] \cos m \theta, \quad (9)$$

где ε_m — множитель Неймана,

$$\varepsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{при } m = 0 \\ 2 & \text{при } m \geq 1 \end{cases},$$

A — амплитуда падающей волны, $J_m(k_1 r)$ — функция Бесселя, $N_m(k_2 r)$ — функция Неймана, $H_m^{(2)}(k_3 r)$ — функция Ханкеля второго рода. Произвольные постоянные a_m , b_m , c_m и d_m определяются из условий сопряжения (2)–(3) после подстановки в них решений (7)–(9).

На рис. 2. представлены результаты расчетов с параметрами, приведенными на рис. 1. Как видно из рис. 2, с уменьшением величины затопления и с увеличением волнового числа имеет место приближение к резонансной области, хотя по разным причинам. В первом случае это связано с приближенностью модели, во втором случае это обусловлено методом решения: сходимость рядов убывает с увеличением волнового числа.

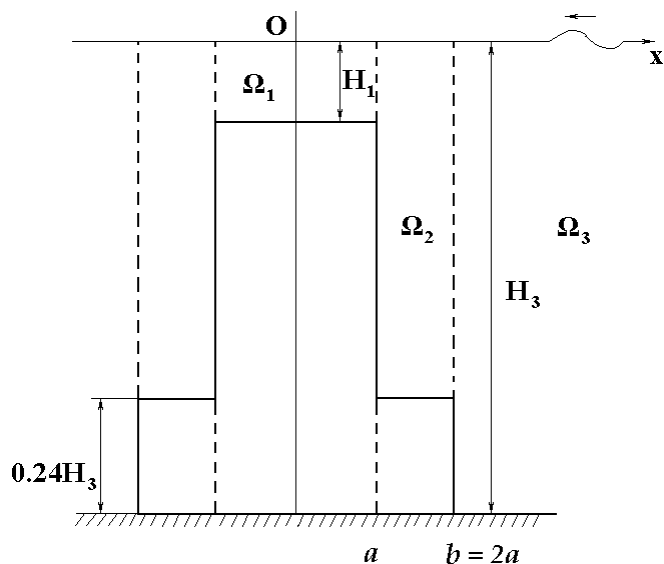


Рис. 1. Геометрия задачи

3. Заключение

Построено решение задачи дифракции поверхностных гравитационных волн на затопленном вертикальном цилиндре. На примере вычисления горизонтальной волновой силы и опрокидывающего момента показано влияние степени заглубления затопленного препятствия. При уменьшении зазора H_1/H_3 или при увеличении волнового числа ka имеет место приближение к резонансной области и достоверность результатов падает. Результаты многочисленных расчетов, проведенные К.М. Свечниковой, обнаруживают сильное увеличение пространственно-временных осцилляций с уменьшением зазора между торцом препятствия и свободной поверхностью.

Из проведенных расчетов горизонтальной волновой силы и опрокидывающего момента следует, что волновое число не должно превышать величины $2\sqrt{\pi}$. В дальнейшем необходимо построить решение задачи в рамках модели жидкости конечной глубины ([1], стр. 125, 126) и в связи с этим оценить расширение области применимости, а также анализировать полное поперечное сечение рассеяния, что имеет первостепенное значение при исследовании волногасящих свойств рассеивателя.

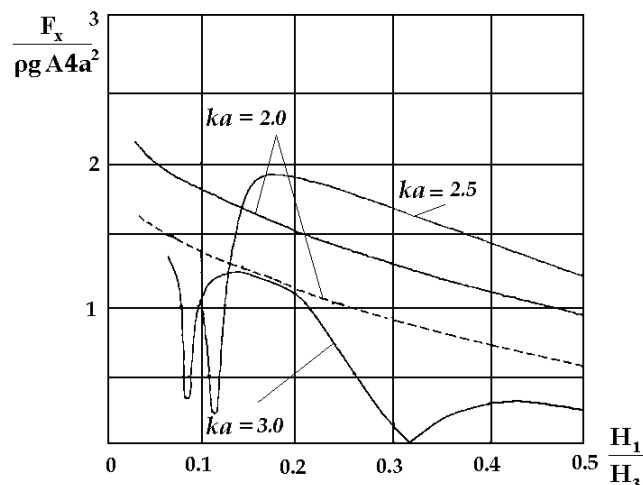


Рис. 2. Зависимость горизонтальной силы от величины затопления для цилиндра на основании (сплошная); и для цилиндра радиуса без основания (пунктирная).

Список цитируемых источников

1. Селезов И.Т., Сидорчук В.Н., Яковлев В.В. Трансформация волн в прибрежной зоне шельфа. - Киев: Наукова думка, 1983. - 208 с.
2. Селезов И.Т., Яковлев В.В. Дифракция волн на симметричных неоднородностях. - Киев: Наукова думка, 1978. - 146 с.
3. Black J.L., Mei C.C., Bray M.C.G. Radiation and scattering of water waves by rigid bodies // J. Fluid Mech., 1971, **46**, N 1. - P. 151-154.
4. Brebbia C.A., Walker S. Dynamic analysis of offshore structures. Newnes Butterworths and Co Ltd, London Boston, 1979. Русский перевод: Бреббия Л., Уокер С. Динамика морских сооружений. Л.: Судостроение, 1983. - 232 с.
5. Ferrante V., Vicinanza D. Spectral analysis of wave transformation behind submerged breakwater // Proc. 16th Int. Offshore and Polar Engineering Conference, 2006. - P. 727-733.
6. Kee S.T. Submerged horizontal and vertical membrane wave breaker // Proc. 15th Int. Offshore and Polar Engineering Conference, 2005. - P. 587-594.
7. Miles J.W., Gilbert F. Scattering of gravity waves by a circular dock // J. Fluid Mech., 1968, **34**, Part 4. - P. 783-793.
8. Morse Ph.M., Feshbach H. Methods of theoretical physics. Part 2. - Mc Gray Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1953. Русский перевод: Морс Ф.Н., Фешбах Г. - Методы теоретической физики. Том 2. М.: Изд-во иностр. лит., 1958. - 886 с.
9. Sheikh R., Swan Ch. Wave slamming on vertical surface-piercing cylinders: the role of nonlinear wave scattering // Proc. 15th Int. Offshore and Polar Engineering Conference, 2005. - P. 652-659.

Получена 17.06.2008