

УДК 517.9

Распространение поверхностных волн на воде над двумя протяженными донными неоднородностями

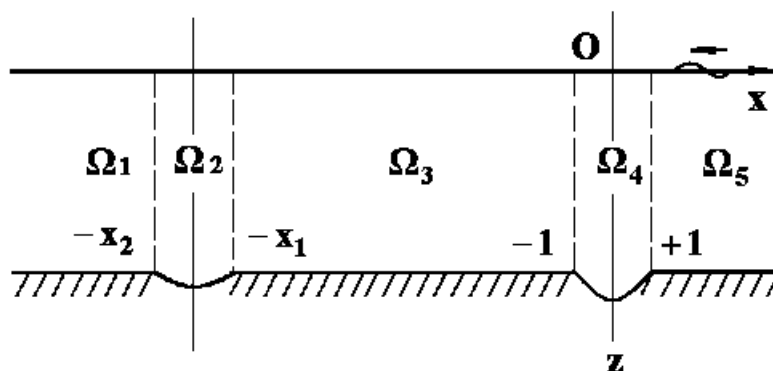
И.Т. Селезов, Н.И. Зигерс, С.А. Савченко, И.М. Фатеева

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

Аннотация. В статье рассматривается задача трансформации поверхностных гравитационных волн над донными каналами произвольной формы, ширины и глубины. Получено точное аналитическое решение в виде сходящихся степенных рядов. Приведены результаты численных расчетов для амплитуды в зависимости от волнового числа, демонстрирующие экстремальный характер влияния неоднородностей.

Исследования поверхностных гравитационных волн, акустических, электромагнитных и магнитоупругих волн при наличии единичных локальных неоднородностей были развиты в [1, 3]. В случае многосвязных областей, то есть при наличии двух и более неоднородностей, задача существенно усложняется в связи с необходимостью перестройки решений, записанных в одной локальной системе координат в другую локальную систему координат. Аналогично, в случае двух и более протяженных неоднородностей (выступов, каналов и т.п.) волновое поле существенно усложняется за счет интерференции многократно переотраженных волн. Указанная проблема непосредственно связана с гашением волн, приходящих в прибрежную зону, включая и волны цунами [2, 4, 6].

В данном сообщении получено решение задачи для двух каналов в длинноволновом приближении (мелкая вода), которое представляет собой обобщение рассмотренной ранее задачи для единичного донного канала [1].



Фиг. 1

Решение задачи получено методом степенных рядов, который успешно применялся для построения уточненных волновых уравнений теории пластин и оболочек в [5]. Точные аналитические решения построены в виде сходящихся степенных рядов при наличии двух неоднородностей произвольной формы (Фиг.1). Представлены и анализируются результаты расчетов для случая каналов параболической формы.

Предполагается, что справа в отрицательном направлении оси x распространяются наклонно падающие монохроматические волны вида

$$\varphi_i = A \exp [-i (k_5 \cos \theta_5 x + k_5 \sin \theta_5 y + \omega t)]. \quad (1)$$

В этом случае уравнения для потенциалов записываются в виде [3]: в областях постоянной глубины $\Omega_1, \Omega_3, \Omega_5$

$$\frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + k_j^2 \varphi_j = 0, \quad j = 1, 3, 5, \quad (2)$$

в областях переменной глубины Ω_2, Ω_4

$$H_j(x) \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_j(x)}{\partial x^2} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + H(x) \frac{\partial^2 \varphi_j}{\partial y^2} + k_j^2 \varphi_j = 0, \quad j = 2, 4, \quad (3)$$

где k_j — волновое число, ω — круговая частота, θ — угол между осью Ox и нормалью к фронту волны, A — амплитуда падающей волны, t — время, потенциал φ введен по формуле $\vec{v} = \vec{\nabla} \varphi$.

На границах раздела областей удовлетворяются условия сопряжения функций и их производных

$$\begin{aligned} \varphi_5|_{x=1} &= \varphi_4|_{x=1}, & \frac{\partial \varphi_5}{\partial x} \Big|_{x=1} &= \frac{\partial \varphi_4}{\partial x} \Big|_{x=1}, \\ \varphi_4|_{x=-1} &= \varphi_3|_{x=-1}, & \frac{\partial \varphi_4}{\partial x} \Big|_{x=-1} &= \frac{\partial \varphi_3}{\partial x} \Big|_{x=-1}, \\ \varphi_3|_{x=-x_1} &= \varphi_2|_{x=-x_1}, & \frac{\partial \varphi_3}{\partial x} \Big|_{x=-x_1} &= \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=-x_1}, \\ \varphi_2|_{x=-x_2} &= \varphi_1|_{x=-x_2}, & \frac{\partial \varphi_2}{\partial x} \Big|_{x=-x_2} &= \frac{\partial \varphi_1}{\partial x} \Big|_{x=-x_2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Эти условия выражают закон сплошности и равенство давлений (тензоров напряжений) при переходе через поверхность раздела.

В (1)-(4) введены безразмерные величины по формулам

$$(x^*, y^*) = \frac{(x, y)}{b_4/2}, \quad t^* = \frac{\sqrt{gH_1}}{b_4/2} t, \quad H_j^* = \frac{H_j}{H_1}, \quad \varphi^* = \frac{2\varphi}{b_4 \sqrt{gH_1}}, \quad k_j^* = \frac{k_j b_4}{2}.$$

Общие решения уравнений (1) в областях постоянной глубины $\Omega_1, \Omega_3, \Omega_5$, записываются в виде

$$\varphi_5 = Ee^{-i(\alpha_5x - \sigma_5y)} + \varphi_i, \quad (5)$$

$$\varphi_3 = Ce^{-i(\alpha_3x + \sigma_3y)} + De^{i(\alpha_3x + \sigma_3y)}, \quad (6)$$

$$\varphi_1 = Ae^{-i(\alpha_1x + \sigma_1y)} + Be^{i(\alpha_1x + \sigma_1y)}, \quad (7)$$

где $\alpha_j = k_j \cos \theta_j$, $\sigma_j = k_j \sin \theta_j$, $j = 1, 3, 5$

В областях переменной глубины Ω_2 и Ω_4 решения представляются в виде

$$\varphi_2 = (J\psi_{21} + K\psi_{22}) e^{-i\sigma_2y}, \quad (8)$$

$$\varphi_4 = (F\psi_{41} + G\psi_{42}) e^{-i\sigma_4y}, \quad (9)$$

где функции $\psi_{21}, \psi_{22}, \psi_{41}, \psi_{42}$ - линейно независимые решения уравнения, которое следует из (3) после разделения переменных

$$H_j(x) \frac{d^2R}{dx^2} + \frac{dH_j(x)}{dx} \frac{dR}{dx} + (k_j^2 - \sigma_j^2 H_j(x)) R = 0, \quad j = 2, 4. \quad (10)$$

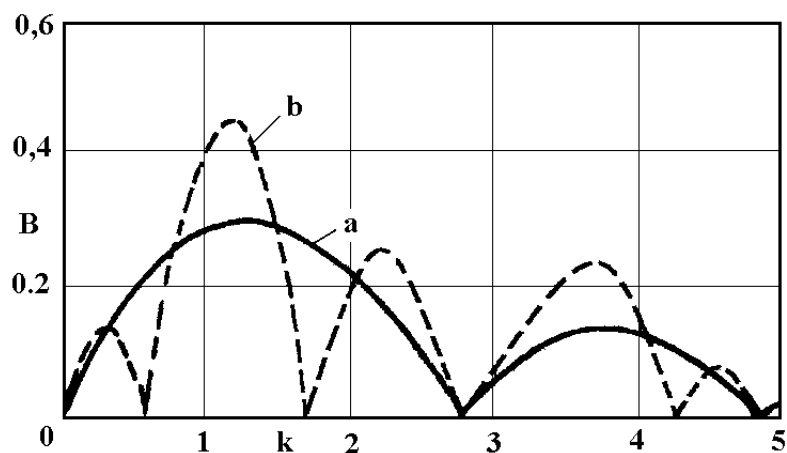
После подстановки решений (5) - (9) в условия сопряжения (4) получаем систему восьми алгебраических уравнений с восемью неизвестными коэффициентами

$$\begin{aligned} Ee^{-i\alpha_5} + \varphi_i &= F\psi_{41}(1) + G\psi_{42}(1), \\ -i\alpha Ee^{-i\alpha_5} + \varphi'_i &= F\psi'_{41}(1) + G\psi'_{42}(1), \\ F\psi_{41}(-1) + G\psi_{42}(-1) &= Ce^{i\alpha_3} + De^{-i\alpha_3x_1}, \\ F\psi'_{41}(-1) + G\psi'_{42}(-1) &= -i\alpha_3 Ce^{i\alpha_3} + i\alpha_3 De^{-i\alpha_3}, \\ Ce^{-i\alpha_3x_1} + De^{i\alpha_3x_1} &= J\psi_{21}(-x_1) + K\psi_{22}(-x_1), \\ -i\alpha_3 Ce^{-i\alpha_3x_1} + i\alpha_3 De^{i\alpha_3x_1} &= J\psi'_{21}(-x_1) + K\psi'_{22}(-x_1), \\ J\psi_{21}(-x_2) + K\psi_{22}(-x_2) &= Ae^{i\alpha_1x_2} + Be^{-i\alpha_1x_2}, \\ J\psi'_{21}(-x_2) + K\psi'_{22}(-x_2) &= -i\alpha_1 Ae^{i\alpha_1x_2} + i\alpha_1 Be^{-i\alpha_1x_2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Выражения для коэффициентов системы (11) не приводятся в связи с их громоздкостью.

Расчеты выполнены для случая фронтального подхода волн. Показано существенное влияние структуры донных неоднородностей и их расположения на волновые поля. В частности, проанализировано влияние изменения расстояния между каналами и глубин каналов на амплитуду отклонения свободной поверхности.

В качестве примера на Фиг.2 представлена зависимость амплитуды отраженной волны для двух каналов с максимальной глубиной $H_{02} = H_{04} = 1.25$ в сечении $x_3 = -2$ (пунктирная кривая "b"). Сплошной линией показана кривая "a", соответствующая одному каналу [7]. Как видно, наличие двух каналов существенно



Фиг. 2

влияет на структуру волнового поля и существенно увеличивает отражение волн по сравнению со случаем одного канала.

Список цитируемых источников

1. Селезов И.Т., Сидорчук В.Н., Яковлев В.В. Трансформация волн в прибрежной зоне шельфа. — Киев: Наук. думка, 1983. — 208 с.
2. Селезов И.Т., Ткаченко В.А., Савченко С.А. О гашении волн на воде локальными донными неоднородностями // Прикладная гидромеханика. — 2006. — Т. 8 (80), No.1. — С. 73–78.
3. Селезов И.Т., Яковлев В.В. Дифракция волн на симметричных неоднородностях. — Киев: Наук. думка, 1976. — 146 с.
4. Massel S.R. Hydrodynamics of coastal zones. — Amsterdam: Elsevier. — 1989. — 336 pp.
5. Selezov I.T. Some degenerate and generalized wave models in elasto- and hydrodynamics // J. Appl. Mathematics and Mechanics. — 2003. — V. 67, No.6. — P. 871–877.
6. Selezov I.T. Modeling of tsunami wave generation and propagation // Int. J. Fluid Mechanics Research. — 2006. — V. 33, No. 1. — P. 44–54.
7. Tin F.C.K. Wave interaction with fluid mud in rectangular trench. — J. Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering. — 1994 — V. 120, No 2. — P. 154–178.

Получено 10.11.2006